

Nepers Rechenstäbe

Eine mathematische, experimentelle und
historische Betrachtung

Facharbeit Mathematik

Vorgelegt von
Peter Selhausen

Bonn 2007

Beurteilung:

Nepers Rechenstäbe

Eine mathematische, experimentelle und
historische Betrachtung

Facharbeit Mathematik

Vorgelegt von

Peter Selhausen

Leistungskurs Mathematik 1 (Herr Decker)

Otto-Kühne-Schule 2006/07

Bonn 2007

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	3
2. Kurzbiographie Ioanne Nepers	3
3. Historische Bedeutung	4
4. Vorläufer	5
5. Aufbau und Herstellung	6
6. Gebrauch	7
6.1. Die Multiplikation	7
6.1.1. Die Multiplikation zweier mehrstelliger Faktoren	8
6.1.2. Plausible Herleitung durch Darstellung der Analogie zum herkömmlichen schriftlichen Multiplikationsverfahren	8
6.1.3. Plausible Herleitung durch algebraische Darstellung der Multiplikation	9
6.2. Die Division	9
6.3. Die Radizierung	10
6.3.1. Beschreibung des Zusatzstabes	10
6.3.2. Die Bestimmung der Quadratwurzel	10
6.3.3. Anmerkungen zur Bestimmung der Kubikwurzel	13
7. Modifikationen und Weiterentwicklungen	13
8. Schlussbemerkung	14
9. Bildanhang	15
10. Literaturverzeichnis	20
11. Bildverzeichnis	22

1. Einleitung

In meiner Arbeit stelle ich die Rechenstäbe des schottischen Wissenschaftlers Ioanne Neper vor. Mit diesen Rechenstäben, der „ersten ‚Rechenmaschine‘ der Welt“¹, können auf verhältnismäßig einfache und schnelle Weise Multiplikationen und Divisionen durchgeführt werden. Darüber hinaus lassen sich Quadrat- und Kubikwurzeln einfacher als mit den schriftlichen Algorithmen ziehen². In seinem Buch „Rabdologiæ“ veröffentlichte Neper 1617 die Beschreibungen und Gebrauchsanweisungen der von ihm wahrscheinlich schon im Jahr 1615³ entwickelten Stäbe. Es existieren auch Anleitungen zur Addition und Subtraktion mithilfe der Rechenstäbe, die aber nicht von Neper selbst stammen und aus diesem Grund hier nicht berücksichtigt werden sollen⁴. Zur besseren Veranschaulichung habe ich Rechenstäbe angefertigt, mit deren Hilfe die Rechengänge nachvollzogen werden können.

2. Kurzbiographie Ioanne Nepers

Ioanne Neper wurde 1550 in dem seiner Familie gehörenden Merchiston Castle bei Edinburgh geboren. Er trug den Adelstitel Laird of Merchiston⁵. In einer frühen deutschen Übersetzung der „Rabdologiæ“ wird von einem „vornehmen Schottländischen Freyherrn Herrn Johannem Neperum Herrn zu Merchiston“⁶ gesprochen. Von seinem Vor- und Nachnamen existieren mindestens 20 verschiedene Schreibweisen⁷. Zu Lebzeiten wurde sein Name meist Jhone Neper geschrieben⁸. In der vorliegenden Arbeit wird stets die latinisierte Form des Nachnamens, Ioanne Neper,⁹ verwendet. In dieser

¹ Zit. nach: Lambacher Schweizer, bearbeitet von Hußmann, Stephan p.p. (2005): Mathematik für Gymnasien 5. Klasse. Ausgabe Nordrhein-Westfalen. Stuttgart / Düsseldorf / Leipzig. S. 79.

² Kessler, Franz (1618): Künstliche Rechenstäblein. Strassburg. Titel.: „Künstliche Rechenstäblein zu vortheilhafter und leichter Mannigfaltigung / Theilung wie nicht weniger Ausziehung der gevierdten und Cubischen Wurzeln [...]“

³ Die Zahlenbeispiele in der „Rabdologiæ“ legen diese Annahme sehr nahe.: Neper, Ioanne (1617): Rabdologiæ. Edinburgh. S. 16.: „Ut sit annus Domini 1615. per 365. multiplicandus“ [Deutsch: „Damit sei das Jahr des Herrn 1615 mit 365 zu multiplizieren.“]; Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 4ff.; Hinsichtlich des Wortes „Rabdologiæ“ wird hier die Schreibweise von Neper verwendet.

⁴ Vgl. Carow, Jochen (2000): Nepersche Rechengeräte. <http://www.computermuseum.fh-kiel.de/virtuell/iks-nms/index2.htm> (23.04.2007).

⁵ Vgl. Der Brockhaus in 15 Bänden (1998). Leipzig-Mannheim. Bd. 9, S. 475.

⁶ Zit. nach: Ursinus, Benjamin (1623): Rhabdologia Neperiana. Berlin. S. 1.

⁷ Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 1.; Vgl. Hempel, Tino (1997-2007): John Napier – Rechnen mit den Rechenstäbchen. <http://www.tinohempel.de/info/mathe/napier/napier.htm> (23.04.2007).; Vgl. O'Connor, J. J. / Robertson, E. F. (1998): John Napier. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html> (22.04.2007).

⁸ Vgl. O'Connor, J. J. / Robertson, E. F. (1998): John Napier. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html> (22.04.2007).

⁹ Vgl. Der Brockhaus in 15 Bänden (1998). Leipzig-Mannheim. Bd. 9, S. 475.

Schreibweise (oder Abwandlungen davon) veröffentlichte Neper auch einige seiner Arbeiten.

Mit 13 Jahren immatrikulierte Neper sich an der St Andrews University in Schottland. Seine mathematischen Studien führte er allerdings auf dem europäischen Festland durch, in Deutschland, Frankreich und Italien¹⁰. Spätestens 1571 lebte er wieder in Schottland, wo er sich hauptsächlich dem Erhalt und Ausbau diverser Familienanwesen widmete¹¹. Als studierter Theologe und aktiver Calvinist veröffentlichte Neper u.a. 1593 eine theologische Abhandlung über die Offenbarung des Johannes¹².

Die Mathematik war lediglich eine Freizeitbeschäftigung von Neper¹³. Sein am meisten anerkannter¹⁴ Verdienst auf diesem Gebiet war die Erfindung der Logarithmen, die 1614 und 1619 veröffentlicht wurden. Angeregt durch Nepers erste Veröffentlichung entwickelte der Londoner Geometrieprofessor Henry Briggs in Absprache mit Neper die sogenannten Brigg'schen Logarithmen. Nepers Rechenstäbe sind ein Ergebnis seiner Bemühungen, Zahlenrechnungen zu vereinfachen. Zwei weitere Ergebnisse wurden ebenfalls in der „Rabdologiae“ 1617 veröffentlicht. Neper nannte sie „Promptuarium multiplicationis“ und „Arithmetica localis“¹⁵.

Im Jahr der Veröffentlichung der „Rabdologiae“ starb Neper am 04.04.1617 in Merchiston Castle¹⁶.

3. Historische Bedeutung

Die Neperschen Rechenstäbe erschienen in der frühen Barockzeit, in der „ein stürmischer Aufschwung der Mathematik“¹⁷ einsetzte. Schon in der Renaissance nahmen die Kenntnisse der Grundrechenarten aufgrund des expandierenden Handels und der Auseinandersetzung mit naturwissenschaftlichen Phänomenen an Wichtigkeit zu¹⁸. Dieser wachsenden Bedeutung der Grundrechenarten standen relativ stark begrenzte mathema-

¹⁰ Vgl. Lexikon bedeutender Mathematiker (1990): Hg. von Siegfried Gottwald p.p. Frankfurt a. M. S. 338.

¹¹ Vgl. O'Connor, J J / Robertson, E F (1998): John Napier. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html> (22.04.2007).

¹² Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 1

¹³ Ibid.,: „Napier's study of mathematics was only a hobby.“

¹⁴ Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 6.: „In den Würdigungen von Nepers Werk stehen die Rechenstäbe im Schatten der Logarithmen.“

¹⁵ Vgl. Ibid., S. 2ff.

¹⁶ Vgl. Der Brockhaus in 15 Bänden (1998). Leipzig-Mannheim. Bd. 9, S. 475.

¹⁷ Zit. nach: Kaiser, Hans / Nöbauer, Wilfried (2002): Geschichte der Mathematik für Schule und Unterricht. Wien. S. 39.

¹⁸ Vgl. Ibid., S. 36.

tische Kenntnisse der Bevölkerung gegenüber¹⁹. Erst im Laufe des 16. und 17. Jahrhunderts wurde mathematischer Unterricht vermehrt an deutschen Schulen angeboten - oftmals allerdings nur fakultativ²⁰.

Vor diesem Hintergrund ist es verständlich, dass Nepers Rechenstäbe nicht nur „eine sehr rasche Verbreitung [...] auf dem europäischen Festland“²¹ erfuhren, sondern sich auch über die Grenzen Europas hinaus bis nach Japan und China verbreiteten²². Bis 1800 erschienen mindestens 17 Veröffentlichungen mit den Rechenstäben als Hauptthema²³. Sie wurden im 17. und 18. Jahrhundert in fast allen Unterrichtsbüchern als Lehrmittel empfohlen²⁴. In der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts gerieten die Rechenstäbe hinter neuen einfacheren und schnelleren Rechenmethoden mehr und mehr in Vergessenheit. Circa 100 Jahre später dienten sie wiederum als Grundlage für die Funktionsweisen neuer Rechenhilfsmittel²⁵.

4. Vorläufer

Der Aufbau und die Verwendung von Nepers Rechenstäben erinnern an eine unter Gebildeten des Mittelalters und der beginnenden Neuzeit geläufige Rechenmethode, die sogenannte Netz- oder Gittermultiplikation²⁶. Davor wiederum gab es einfache Hilfsmittel zur Durchführung von Multiplikationen wie die Einmaleinstafel. Zum besseren Verständnis des Aufbaus und Gebrauchs der Rechenstäbe von Neper werden diese Hilfsmittel und Methoden hier kurz erläutert:

Die Einmaleinstafel ist eine quadratische Anordnung aller Produkte von $1 \cdot 1$ bis $9 \cdot 9$. Dabei stehen die Zahlen 1 bis 9 am äußeren Rand der Tafel und die Produkte in den

¹⁹ Vgl. Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 2.

²⁰ Vgl. Grosse, Hugo (Neudruck von 1965 der Ausgabe von 1901): Historische Rechenbücher des 16. und 17. Jahrhunderts. Wiesbaden. S. 12ff.

²¹ Zit. nach: Cantor, Moritz (1913): Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Leipzig. Bd. 2, S. 723.

²² Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 112f.

²³ Vgl. Weiss, Stephan (2007): Historische Bauanleitungen und Beschreibungen für die Rechenstäbe von Neper. <http://www.mechrech.info/publikat/NeperAnl.pdf> (22.04.2007). S. 1.

²⁴ Vgl. Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 7.

²⁵ Vgl. Ibid., S. 8f.

²⁶ Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 6.: „Neper hat das Verfahren der Gittermultiplikation sicherlich gekannt. Ob er sich direkt davon leiten liess ist nicht bekannt [...]“. „Unter der Bevölkerung bestand zu der Zeit der beschriebenen Rechenhilfen eine weitaus schlechtere Ausbildung und Fertigkeit im Rechnen als heute.: Vgl. Ibid., S. 2.; Vgl. Haeberlin, Barbara / Drechsler, Stefan (2004): Die Gittermultiplikation nach Regius. <http://anklick-bar.de/matheprojekt/mal-regius.pdf> (22.04.2007). Zit. nach: Bischoff, Johann Paul (1804): Versuch einer Geschichte der Rechenmaschine. Ansbach.

jeweiligen Schnittfeldern. Dieses Hilfsmittel sollte nicht nur für Rechenoperationen nützlich sein, sondern auch beim Lernen des Einmaleins helfen²⁷.

Die Netz- oder Gittermultiplikation ist eine schriftliche Multiplikationsmethode, die durch ein bestimmtes Anordnungsschema die Multiplikation mehrstelliger Faktoren auf die Bestimmung von maximal zweistelligen Teilprodukten und deren Addition reduziert²⁸.

5. Aufbau und Herstellung

Im ersten Kapitel des ersten Buchs der „Rabdologiae“ beschreibt Neper die Fabrikation und die Beschriftung der Rechenstäbe²⁹.

Diese sind Quader mit einem quadratischen Querschnitt, deren eine Seite zehnmal so lang ist wie die anderen³⁰. Die Stäbe werden auf den vier langen Seiten mit Linien und Ziffern beschriftet. An deren Enden werden jeweils 1/20 der Stablänge freigelassen, während die restliche Fläche durch Querlinien in 9 Quadrate eingeteilt wird. Die Quadrate sind ähnlich des Anordnungsschemas der Gittermultiplikation³¹ durch Diagonalen in je zwei gleich große Dreiecke geteilt. In die Quadrate bzw. Dreiecke einer Seite werden die 1- bis 9-fachen einer ganzen Zahl von 0 bis 9 eingetragen. Dabei werden die Zehnerstellen links über und die Einerstellen rechts unter der Diagonalen notiert. Bei einstelligen Zahlen bleibt das linke obere Feld frei. Der Zahlenwert 0 wird durch eine 0 pro Quadrat ausgedrückt.

Neper empfiehlt eine bestimmte Verteilung der Vielfachreihen der Zahlen 0 bis 9 auf den Seiten der Rechenstäbe. Durch diese lassen sich möglichst viele vielstellige Zahlen durch vergleichsweise wenig Stäbe darstellen, ferner ist unmittelbar ersichtlich, von welcher Zahl die Vielfachen auf der jeweils nicht sichtbaren Seite eines Rechenstabes

²⁷ Vgl. Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 15.: Die Einmaleinstafel ist beschrieben bei: Widmann, Johannes (1500): Behennd und hüpsch Rechnung uff allen Kauffmanschaftten. Pforzheim.; Hempel, Tino (1997 - 2007): John Napier – Rechnen mit den Rechenstäbchen. <http://www.tinohempel.de/info/mathe/napier/napier.htm> (23.04.07).: „Schon die Pythagoräer nahmen sich für die Multiplikation eine Tafel mit dem (kleinen) Einmaleins zu Hilfe.“

²⁸ Haebelin, Barbara / Drechsler, Stefan (2004): Die Gittermultiplikation nach Regius. <http://anklick-bar.de/matheprojekt/mal-regius.pdf> (22.04.2007).: Die Gittermultiplikation ist beschrieben bei: Regius, Ulrich (1543): Utriusque arithmetices epitome ex variis autoribus concinnata. Freiburg.

²⁹ Vgl. Neper, Ioannes (1617): Rabdologiae. Edinburgh. S. 1.: Beginn des ersten Kapitels des ersten Buchs.: „Rabdologiae – Liber Primus – De usu Virgularum numeratricium in genere. Caput I. De Fabrica, & inscriptione Virgularum.“

³⁰ Bei Neper waren die Stäbe etwa 56 mm lang.: Ibid., S. 14.: „Sintque omnes ejusdem longitudinis, trium silicet digitorum plus minus.“ [Deutsch: „Alle sollen dieselbe Länge haben, das heißt mehr oder weniger 3 Fingerlängen.“]

³¹ Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 7.

notiert sind. Dazu werden die Vielfachreihen der Zahlen 0 bis 9 so auf den Rechenstäben angeordnet, dass die Summe der beiden Einfachen auf zwei sich gegenüber liegenden Seiten eines Stabes stets 9 ergibt.

Ein Satz Rechenstäbe enthält bei Neper 10 Stäbe. Es können jedoch beliebig viele hinzugefügt werden.

Abgesehen von der Beachtung der zuvor genannten Vorgaben besteht bei der Herstellung der Stäbe viel Freiheit. Dies gilt sowohl für die Größe der Stäbe als auch für deren Material. Dies sollte praktischerweise hart sein. So wurden Nepers Rechenstäbe u.a. aus Elfenbein, Buchsbaumholz, Messing und Silber produziert³². Da die aus Elfenbein hergestellten Rechenstäbe in ihrer Erscheinung Knochen ähnelten, heißen Nepers Rechenstäbe im Englischen u.a. Napier's bones (engl. bone = Knochen).

In den Übersetzungen in andere Sprachen finden sich über den Inhalt der „Rabdologiæ“ hinaus konkrete Herstellungsanleitungen zu den Rechenstäben. In der deutschen Übersetzung von Benjamin Ursinus findet sich folgender Hinweis:

„Der Leser wisse / wo er der Mühe die Stäbichen aufzutragen / will oberhaben sein: das solche zierlich in einem subtilen Kästchen / aller notturff nach zugerichtet zubekommen sein. Und zufinden bey Martin Guthen / Buchhändlern zu Cölln an der Spree.“³³

Die Herstellung blieb also nicht unbedingt dem Anwender der Rechenstäbe überlassen, sondern wurde von Fachleuten durchgeführt. Eine Beschreibung einer Aufbewahrungskassette für die Rechenstäbe findet sich in der Übersetzung der „Rabdologiæ“ von Marco Locatello ins Italienische³⁴.

6. Gebrauch

Mit Nepers Rechenstäben lassen sich prinzipiell alle natürlichen Zahlen einschließlich 0 darstellen. Dabei entspricht jeder Stab einer Ziffer der darzustellenden Zahl, mit deren Vielfachen er beschriftet ist. Durch Aneinanderreihung der Stäbe lassen sich so auch vielstellige Zahlen bilden.

6.1. Die Multiplikation

Zur Multiplikation zweier Faktoren, von denen mindestens einer einstellig ist, wird der mehrstellige oder eventuell auch einstellige zweite Faktor durch einen oder mehrere Rechenstäbe dargestellt. In der Zeile des gesuchten Vielfachen dieses Faktors ist das

³² Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 15.

³³ Zit. nach: Ursinus, Benjamin (1623): Rhabdologia Neperiana. Berlin. S. 23.

³⁴ Vgl. Locatello, Marco (1623): Raddologia, ouero Arimmetica Virgolare. Verona. S. 22ff.

Ergebnis sofort ablesbar. Das Ablesen geschieht durch einfache diagonale Addition von rechts beginnend. Dabei erscheint die hintere Ziffer der Summe aus zwei Ziffern innerhalb eines durch 2 Diagonalen und 2 Querlinien definierten Parallelogramms als Ziffer im Ergebnis. Eventuell auftretende Zehnerüberträge werden zur nächstgrößeren Stelle im Ergebnis addiert³⁵.

6.1.1. Die Multiplikation zweier mehrstelliger Faktoren

Die Vorgehensweise zur Multiplikation zweier mehrstelliger Faktoren wird hier exemplarisch mit der Rechnung $131 \cdot 397$ erklärt.

Eine der Zahlen wird mit den Rechenstäben gebildet. Bei Faktoren mit unterschiedlicher Stellenanzahl ist dies zweckmäßigerweise die größere. Wird die Zahl 397 mit den Rechenstäben ausgedrückt, sind deren 1- bis 9-fache in den jeweiligen Zeilen abzulesen. Relevant für die Multiplikation mit 131 sind die Teilprodukte mit 1 (397) und 3 (1191), die nun stellenrichtig addiert werden. Diese schriftliche Addition führt Neper in zwei unterschiedlichen Arten aus, nämlich:

$$\begin{array}{r}
 131 \\
 397 \\
 1191 \\
 \hline
 52007
 \end{array}
 \quad \text{oder} \quad
 \begin{array}{r}
 131 \\
 397 \\
 1191 \\
 397 \\
 \hline
 52007
 \end{array}$$

Damit wird 52007 als Ergebnis der Rechnung $131 \cdot 397$ bestimmt.

6.1.2. Plausible Herleitung durch Darstellung der Analogie zum herkömmlichen schriftlichen Multiplikationsverfahren

Eine Erklärung für die Richtigkeit des Verfahrens liefert der Vergleich mit der heutzutage üblichen schriftlichen Multiplikationsmethode.

Das Dreifache von 397 wird schriftlich folgendermaßen errechnet:

$$\begin{array}{r}
 3 \cdot 397 \\
 1191
 \end{array}
 \quad \text{oder ausführlicher:} \quad
 \begin{array}{r}
 3 \cdot 3 \quad 9 \quad 7 \\
 \hline
 = 1 \quad 1 \quad 9 \quad 1
 \end{array}$$

Bei Betrachtung der folgenden Darstellung des Dreifachen von 397 mit den Rechenstäben wird die Ähnlichkeit offensichtlich:

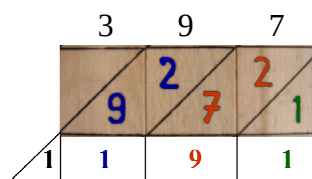


Abb. 2

³⁵ Im Internet findet sich eine virtuelle Simulation der Multiplikation mit Nepers Rechenstäben.: Vgl. Haeberlin, Barbara (2000): Tan-Gram: Napier. <http://www.tan-gram.de/napier.pl> (12.05.2007).

Die Hilfe der Rechenstäbe bei der Rechnung besteht also im Wesentlichen aus der Bereitstellung der 1- bis 9-fachen der einzelnen Ziffern sowie deren Gruppierung für die stellenrichtige Addition.

6.1.3. Plausible Herleitung durch algebraische Darstellung der Multiplikation

Die folgende algebraische Darstellung der Multiplikation eines einstelligen Faktors a mit einem dreistelligen Faktor, der in die Hunderter- (h), Zehner- (z) und Einerziffern (e) gegliedert ist, erläutert zusammen mit den nachfolgenden Anmerkungen, warum bei Neper diagonal innerhalb eines Parallelogramms addiert werden muss³⁶.

$$a \cdot (h \cdot 100 + z \cdot 10 + e) = a \cdot h \cdot 100 + a \cdot z \cdot 10 + a \cdot e$$

Hat das Produkt aus a und e einen Zehnerübertrag, so ist dieser bei Neper in einem linken, oberen Dreieck notiert. Durch die diagonale Addition wird dieser stellenrichtig zu dem Produkt aus $a \cdot z \cdot 10$ addiert. Gleiches gilt für einen eventuellen Zehnerübertrag von $a \cdot z \cdot 10$ (ggf. zuzüglich eines eventuellen vorherigen Zehnerübertrags aus $a \cdot e$).

6.2. Die Division

Die Division wird bei Neper mit einem Algorithmus durchgeführt, der der heute üblichen schriftlichen Division ähnelt. Der Divisor wird mit den Rechenstäben ausgedrückt. Dadurch entsteht eine Tabelle mit seinen 1- bis 9-fachen.

Bei der exemplarischen Division $1456196 : 28$ wird also 28 mit den Rechenstäben aufgelegt. Wie bei der schriftlichen Division werden nun Vielfache von 28 gesucht, die identisch mit dem jeweiligen Teildividenden sind oder ihm am nächsten kommen. Diese Vielfachen können mithilfe der Rechenstäbe erheblich leichter gefunden werden. So ist in der 5. Zeile mit 140 das Vielfache von 28 abzulesen, dass dem ersten Teildividenden 145 am nächsten kommt. Somit steht 5 als erste Ziffer im Ergebnis fest. Auf diese Weise erhält man das Ergebnis $1456196 : 28 = 52.007$.

Bei der Division nehmen die Rechenstäbe also offensichtlich nur eine hilfestellende Rolle ein. Gleichwohl betont Neper jedoch in einer Anmerkung zur Erklärung der Division die große Bedeutung seiner Rechenstäbe auch hierfür:

„Hinc patet operanti, feu Logistæ, nihil laboris relinqui præter multiplorum decussatim positorum additione pro multiplicatione, & subtractionem pro divisione. Mulupla enim ipsa (quorum computatio gravissima pars operis est) hæc virgularum tabella sua sponte expeditissimè exhibet.“³⁷

³⁶ Vgl. Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen.
<http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 4

³⁷ Zit. nach: Neper, Ioanne (1617): *Rabdologiæ*. Edinburgh. S. 22f. [Deutsch: „Von hier aus offenbart sich dem Rechnenden, dass nichts an Mühe hinterlassen wird außer der Addition vielfältiger Positionen statt

6.3. Die Radizierung

6.3.1. Beschreibung des Zusatzstabes

Für die Radizierung entwickelte Neper einen Zusatzstab, den er aufgrund seiner Seitenverhältnisse von etwa 2,4 : 1 Platte nannte³⁸. Diese ist genauso dick und lang wie die übrigen Rechenstäbe und auf ihren zwei breiten Seiten beschriftet. Eine Seite wird bei der Quadratwurzelziehung (pro quadrata) verwendet, die andere für die Kubikwurzelziehung (pro cubica).

pro quadrata		
0	1	2
0	4	2
0	9	3
1	6	4
2	5	10
3	6	12
4	9	14
6	4	16
8	1	18

Auf der Seite für die Ziehung der Quadratwurzel stehen in der rechten

Abb. 2

Spalte die Zahlen 1 bis 9, in der mittleren ihre Doppelten und in der linken ihre Quadrate. Zehner und Einer der Letzteren sind wie die zweistelligen Zahlen auf den anderen Rechenstäben durch Diagonalen getrennt.

Auf der Seite für die Ziehung der Kubikwurzel sind rechts ebenfalls die Zahlen 1 bis 9 notiert, in der Mitte ihre Quadrate und links ihre Kuben. Bei den Kuben sind die Hunderter von den Zehnern und Einern durch Diagonale getrennt. Anders als bei den anderen Rechenstäben notiert Neper in den linken, sonst freibleibenden Dreiecken bei einstelligen Zahlen Nullen. Dafür gibt es jedoch keine logische Begründung.

6.3.2. Die Bestimmung der Quadratwurzel

Mit seinem Algorithmus zur Bestimmung der Quadratwurzel vereinfacht Neper konsequent ein schriftliches Wurzelziehverfahren. Aufgrund der vergleichsweise hohen Anzahl an Rechenschritten wird dieses Verfahren hier ausführlich von Beginn an exemplarisch erklärt. Dabei sind einige auftretende Zahlen und Ziffern zum einfacheren Verständnis farbig markiert. In diesem Zusammenhang wird eine Farbe (außer Schwarz) stets bei derselben Zahl bzw. Ziffer verwendet.

In dem Beispiel sei $\sqrt{1852}$ zu bestimmen. Zunächst wird der Radikand von rechts beginnend in je zweiziffrige Gruppen unterteilt: 18.52. Gesucht ist nun eine Quadratzahl, die der linken Zifferngruppe, in diesem Fall 18, gleich ist oder ihr von unten am nächsten kommt. Unter Verwendung der linken Spalte der Zusatzplatte wird 16 als die ge-

der Multiplikation und der Subtraktion statt der Teilung. (Deren Berechnung ist der schwerste Teil der Aufgabe.) Diese Stäbchen-Tabelle lässt sich sehr leicht betätigen.”]

³⁸Ibid., S. 23.: „De Radicum extractione per Laminam.” [Deutsch: „Über die Wurzelziehung durch (eine) Platte, Blatt, Tafel.”]; Vgl. Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding. S. 24.

Durch die Einteilung des Radikanden in Zweiergruppen ist somit unmittelbar ersichtlich, wie viele Stellen die gesuchte Wurzel haben muss.

So muss beispielsweise $\sqrt{205235}$ drei Stellen haben, sodass folgender Ansatz gewählt wird:

$$205235 = [100a + (10b + c)]^2 = \dots \quad (I)$$

Zunächst sucht man wie im einführenden Beispiel ein a , sodass $20 - a^2$ möglichst klein wird (aber positiv bleibt), und stellt die Differenz der nächsten Zweiergruppe (52) voran, denn

$$205235 - 10000a^2 = 10000 \cdot (20 - a^2) + 52 \cdot 100 + 35 = 100 [(20 - a^2) \cdot 100 + 52] + 35.$$

Offensichtlich muss $a = 4$ sein; damit erhält man für $[(20 - a^2) \cdot 100 + 52]$ den Wert 452.

Da nach (I) gilt

$$\begin{aligned} 205235 - 10000a^2 &= 100 [(20 - a^2) \cdot 100 + 52] + 35 \\ &= 100 [10(2a)b + b^2] + 10 \cdot 2 (10a + b) \cdot c + c^2 \end{aligned}$$

versucht man im zweiten Schritt b so zu wählen, dass

$$[(20 - a^2) \cdot 100 + 52] - [10(2a)b + b^2] \quad (II)$$

möglichst klein wird (aber wiederum positiv bleibt).

Der Wert von $[10(2a)b + b^2]$ wird durch Anlegen des Rechenstabes bzw. der Rechenstäbe mit dem Doppelten von a links an die „pro quadrata“-Platte ermittelt (Multiplikation mit 10 bedeutet, der Zahl eine 0 anzufügen; da die linke Spalte der „pro quadrata“-Platte jedoch nicht nur Nullen, sondern die Quadrate der einstelligen Zahlen enthält, werden diese gleichzeitig zum 10-fachen der Zahl $(2a) \cdot b$ addiert).

Im vorliegenden Fall erhält man mit $a = 4$ für (II) den Ausdruck $452 - 80b - b^2$. Mithilfe der Rechenstäbe findet man $b = 5$ als passend. Aus (I) folgt weiter

$$205235 - 10000a^2 - 100 [10(2a)b + b^2] = 10 \cdot 2 (10a + b) \cdot c + c^2.$$

Mit $a = 4$ und $b = 5$ muss somit im letzten Schritt ein c gefunden werden, sodass die Differenz

$$\begin{aligned} 205235 - 10000a^2 - 100 [10(2a)b + b^2] - 10 \cdot 2 (10a + b) \cdot c + c^2 \\ = 2735 - 10 \cdot 2 (40 + 5) \cdot c + c^2 \quad (III) \end{aligned}$$

möglichst klein wird, was - wie im zweiten Schritt - durch Anlegen der dem Doppelten von $10a + b$ (hier 90) entsprechenden Rechenstäbe links an die „pro quadrata“-Platte erfolgen kann. Hier erweist sich $c = 3$ als optimal; damit erhält man für die Differenz (III) den Wert 26. Demnach ergibt sich als Endergebnis $205235 = 453^2 + 26$.

Die allgemeine Begründung des Verfahrens für k-stellige Radikanden lässt sich ebenfalls anhand der zuvor beschriebenen Vorgehensweise ersehen. Man muss lediglich den Ansatz für die Wurzel (im vorherigen Beispiel $100a + 10b + c$) genügend groß wählen, dann den quadratischen Ausdruck ausrechnen und geeignet zusammenfassen. Bei sehr großen Zahlen wird dies zwar schnell etwas unübersichtlich, die Methode an sich funktioniert jedoch immer³⁹.

6.3.3. Anmerkungen zur Bestimmung der Kubikwurzel

Die Verfahrensweise zur Bestimmung der Kubikwurzel mithilfe von Nepers Rechenstäben „läuft analog dem Verfahren zur Bestimmung der Quadratwurzel ab.“⁴⁰ Der Radikand wird wegen $10^3 = 1000$ entsprechend in Dreiergruppen unterteilt (Vgl. 6.3.2.).

Die Idee und der Ansatz bleiben im Vergleich zum Verfahren zur Bestimmung der Quadratwurzel gleich, jedoch tritt gemäß dem binomischen Lehrsatz bei der dritten Potenz stets ein Summand mehr auf:

$$\begin{aligned}\text{Radikand} &= (10a + b)^3 \\ &= 1000a^3 + 3 \cdot 100a^2b + 3 \cdot 10a \cdot b^2 + b^3\end{aligned}$$

Auch hier funktioniert die Verallgemeinerung wie zuvor, nur müssen nun Summanden mit Vorfaktoren 10^3 , 10^6 usw. zusammengefasst werden.

7. Modifikationen und Weiterentwicklungen

Nepers Rechenstäbe wurden seit ihrer Veröffentlichung im Jahr 1617 bis ins frühe 20. Jahrhundert hinein modifiziert und weiterentwickelt. Eine kleine Auswahl dieser Weiterentwicklungen wird im Folgenden vorgestellt.

Einfache Modifikationen und Weiterentwicklungen von Nepers Rechenstäben treten schon bei frühen Übersetzungen der „Rabdologiæ“ auf. So beschreibt Kessler beispielsweise in der ersten deutschen Übersetzung der „Rabdologiæ“ von 1618 einen sogenannten Produktzeiger⁴¹. Dies ist ein zusätzlicher Stab, der in 9 Quadraten die natürlichen Zahlen von 1 bis 9 abbildet. Durch diesen Stab ist für den Benutzer leichter ersichtlich, in welcher Zeile der Rechenstäbe welches Vielfache steht.

³⁹ Vgl. Schmid, August / Weidig, Ingo (1996): LS 9. Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium. Ausgabe Nordrhein-Westfalen. Stuttgart / Düsseldorf / Leipzig. S. 47.

⁴⁰ Zit. nach Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolting. S. 28.

⁴¹ Vgl. Kessler, Franz (1618): Künstliche Rechenstäblein. Strassburg. [ohne Seite].

Auch Locatello bildet einen solchen Produktzeiger ab, der bei ihm in einem Anlegewinkel für die Rechenstäbe integriert ist. Auf diesem Anlegewinkel liegt ein verschiebbares Ableselineal, das das Ablesen innerhalb einer Zeile vereinfachen sollte⁴².

Eine weitreichende Weiterentwicklung der Vielfachreihen von Neper findet sich bei Schott. Sein Rechenkasten wurde 1668 veröffentlicht. In diesem befinden sich 10 drehbare Zylinder, auf denen jeweils Nepers Vielfachreihen von 0 bis 9 notiert sind. Die Zylinder sind parallel zueinander an je einer Achse angeordnet. Die dadurch entstehenden irrelevanten Räume zwischen den Zylindern sind abgedeckt, sodass stets pro Zylinder nur eine Vielfachreihe sichtbar ist. Durch Drehen der Zylinder lassen sich Vielfachreihen von Zahlen mit bis zu 10 Stellen darstellen⁴³.

Andere Weiterentwicklungen bilden Nepers Vielfachreihen auf Scheibenrändern und Kreisausschnitten ab⁴⁴.

Noch im späten 19. und frühen 20. Jahrhundert wurden Patente angemeldet, die die Vielfachreihen Nepers verwendeten⁴⁵.

8. Schlussbemerkung

Angesichts der Tatsache, dass Nepers Rechenstäbe, wie im ersten Kapitel erläutert, über zweihundert Jahre ein wichtiges und weit verbreitetes mathematisches Hilfsmittel waren und - wie die unter Ziffer 7. aufgeführten Beispiele zeigen - auch 300 Jahre nach ihrer Veröffentlichung noch als Grundlage für neuere mathematische Verfahren dienten, sollte ihnen heutzutage eine größere mathematisch-historische Beachtung geschenkt werden, als es der Fall ist.

46



Abb. 3

⁴² Vgl. Locatello, Marco (1623): *Raddologia, ouero Arimmetica Virgolare*. Verona. S. 36.

⁴³ Vgl. Weiss, Stephan (2007): *Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger*. <http://mechrech.info/publikat/Neper85Au.pdf> (22.04.2007). S. 103f.

⁴⁴ Vgl. *ibid.*, S. 106ff.

⁴⁵ Zwei Beispiele: 1) Europäisches Patentamt (Patentveröffentlichungsnummer GB191022445) (Patent-anmelder Gray, Henry) (1910): *Provisional Specification. An Apparatus for Facilitating the Multiplication and Division of Whole Numbers and Decimals*. <http://v3.espacenet.com/textdoc?DB=EPODOC&F=0&IDX=GB191022445&QPN=GB191022445&CY=ep&LG=de> (17.05.2007). 2) Europäisches Patentamt (Patentveröffentlichungsnummer DE49555) (Patent-anmelder Bertl, Bohumil) (1889): *Patentschrift. Multiplikations- und Divisionsvorrichtung*. <http://v3.espacenet.com/origdoc?DB=EPODOC&F=0&IDX=DE49555&QPN=DE49555> (17.05.2007).

⁴⁶ Neper setzte diese Verzierung ans Ende des ersten Buchs der *Rabdologiæ*.: Vgl. Neper, Ioanne (1617): *Rabdologiæ*. Edinburgh. S. 42.

9. Bildanhang

Lern wol mit fleiß das ein mal ein So wirt
dir alle rechnung gemein

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Abb. 4: Die Einmaleinstafel nach Johannes Widmann (1500). Darüber ist folgender Spruch notiert: „Lern wol mit fleiß das ein mal ein So wirt dir alle rechnung gemein“.

Multiplicandus.						Multiplicans.
			4	6	8	
			8	12	16	
			12	18	24	
			16	24	32	
			24	36	48	6
			32	48	64	8
			48	72	96	12
			64	96	128	16
			96	144	192	24
			128	192	256	32
			192	288	384	48
			256	384	512	64
			384	576	768	96
			512	768	1024	128
			768	1152	1536	192
			1024	1536	2048	256
			1536	2304	3072	384
			2048	3072	4096	512
			3072	4608	6144	768
			4096	6144	8192	1024
			6144	9216	12288	1536
			8192	12288	16384	2048
			12288	18432	24576	3072
			16384	24576	32768	4096
			24576	36864	49152	6144
			32768	49152	65536	8192
			49152	73728	98304	12288
			65536	98304	131072	16384
			98304	147456	196608	24576
			131072	196608	262144	32768
			196608	294912	393216	49152
			262144	393216	524288	65536
			393216	589824	786304	98304
			524288	786304	1048576	131072
			786304	1179456	1572736	196608
			1048576	1572736	2096896	262144
			1572736	2359104	3142144	393216
			2096896	3142144	4187392	524288
			3142144	4713216	6284288	768
			4187392	6284288	8381184	1024
			6284288	9376448	12516224	1536
			8381184	12516224	16651264	2048
			12516224	18773312	24576	3072
			16651264	24576	32768	4096
			24576	36864	49152	6144
			36864	54912	73728	98304
			54912	80896	110848	1536
			80896	114816	1572736	2048
			114816	161280	2201600	3072
			161280	229120	3142144	4096
			229120	322560	4384000	5632
			322560	448000	6144000	7680
			448000	627200	8576000	10624
			627200	873600	11968000	14784
			873600	1208000	16544000	20480
			1208000	1680000	22976000	28160
			1680000	2336000	32000000	38400
			2336000	3232000	44160000	52480
			3232000	4448000	60800000	72320
			4448000	6144000	83840000	100480
			6144000	8576000	117440000	139840
			8576000	11968000	163840000	194240
			11968000	16544000	227200000	266240
			16544000	22976000	314214400	368000
			22976000	32000000	438400000	501760
			32000000	44160000	608000000	688000
			44160000	60800000	838400000	937600
			60800000	83840000	1142400000	1273600
			83840000	114240000	1572736000	1728000
			114240000	1572736000	21365328000	23424000
			1572736000	21365328000	292860420000	322560000
			21365328000	292860420000	3989045760000	4384000000
			292860420000	3989045760000	54858278400000	59287856000000
			3989045760000	54858278400000	752532480000000	817639200000000
			54858278400000	752532480000000	10285030400000000	13713369600000000
			752532480000000	10285030400000000	139733760000000000	182860420000000000
			10285030400000000	139733760000000000	1928604200000000000	2571270400000000000
			139733760000000000	1928604200000000000	26214400000000000000	35456250800000000000
			1928604200000000000	26214400000000000000	354562508000000000000	471321600000000000000
			26214400000000000000	354562508000000000000	4713216000000000000000	6284288000000000000000
			354562508000000000000	4713216000000000000000	62842880000000000000000	83811840000000000000000
			4713216000000000000000	62842880000000000000000	838118400000000000000000	1117904000000000000000000
			62842880000000000000000	838118400000000000000000	11179040000000000000000000	14944000000000000000000000
			838118400000000000000000	11179040000000000000000000	149440000000000000000000000	20064512000000000000000000
			11179040000000000000000000	149440000000000000000000000	2006451200000000000000000000	2742918400000000000000000000
			149440000000000000000000000	2006451200000000000000000000	27429184000000000000000000000	36572326000000000000000000000
			2006451200000000000000000000	27429184000000000000000000000	365723260000000000000000000000	496704384000000000000000000000
			274291840000000000000000000000	3657232600000000000000000000000	49670438400000000000000000000000	66512096000000000000000000000000
			36572326000000000000000000000000	496704384000000000000000000000000	665120960000000000000000000000000	8967043840000000000000000000000000
			4967043840000000000000000000000000	6651209600000000000000000000000000	89670438400000000000000000000000000	120384000000000000000000000000000000
			66512096000000000000000000000000000	896704384000000000000000000000000000	12038400000000000000000000000000000000	160512000000000000000000000000000000000
			8967043840000000000000000000000000000	1203840000000000000000000000000000000000	16051200000000000000000000000000000000000	2136532800000000000000000000000000000000
			12038400000000000000000000000000000000000	160512000000000000000000000000000000000000	213653280000000000000000000000000000000000	2842918400000000000000000000000000000000000
			1605120000000000000000000000000000000000000	21365328000000000000000000000000000000000000	284291840000000000000000000000000000000000000	3764256000000000000000000000000000000000000000
			213653280000000000000000000000000000000000000	28429184000000000000000000000000000000000000000	3764256000	501689600
			2842918400	3764256000	501689600	6651209600
			3764256000	501689600	6651209600	88738124000
			501689600	6651209600	88738124000	117190400
			6651209600	8873812400	117190400	15427545600
			8873812400	1171904000	154275456000	205712768000
			1171904000	154275456000	205712768000	2742918400
			154275456000	205712768000	2742918400	3657232600
			205712768000	2742918400	3657232600	471321600
			2742918400	36572326000	4713216000	6144000
			36572326000	471321600	6144000	80256000
			4713216000	6144000	80256000	1048576000
			614400	80256000	1048576000	13713369600
			80256000	104857600	137	



Engraved by S. Freeman.

JOHN NAPIER.

OF MERCHISTON.

INVENTOR OF THE LOGARITHMS.

FROM THE ORIGINAL PAINTING IN THE UNIVERSITY OF EDINBURGH.

BLACKIE & SON, GLASGOW, EDINBURGH & LONDON.

Abb. 6: Ioanne Neper in einem Kupferstich von Samuel Freeman (1773-1857) von einem Originalgemälde in der Universität von Edinburgh.

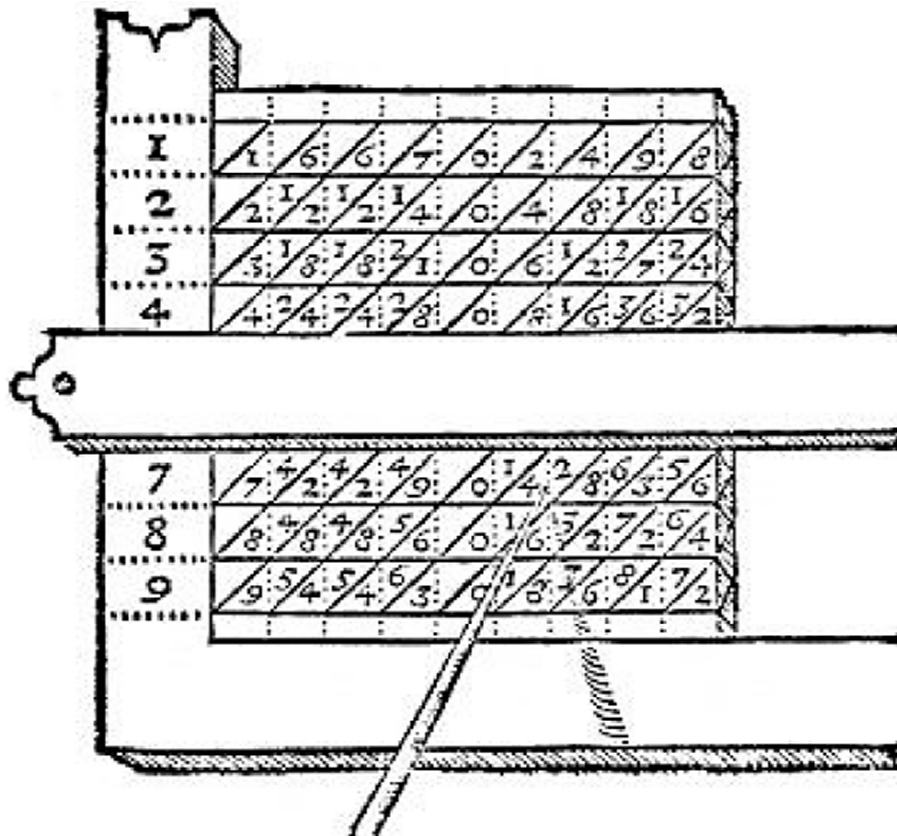


Abb. 7: Nepers Rechenstäbe nach Marco Locatello (1623) mit Anlegewinkel, Produktzeiger, verschiebbarem Ableselineal und Zeigestab.

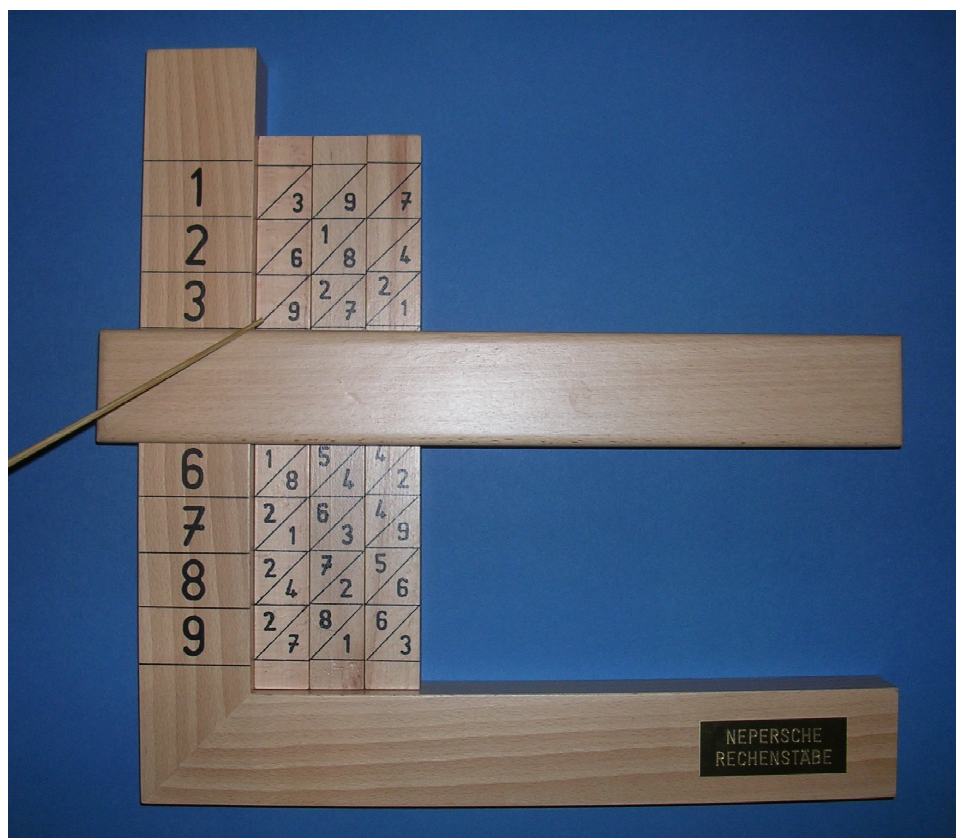


Abb. 8: Darstellung der Vielfachen von 397 mit einem Nachbau von Nepers Rechenstäben nach Marco Locatello (1623) von Peter Selhausen (2007).

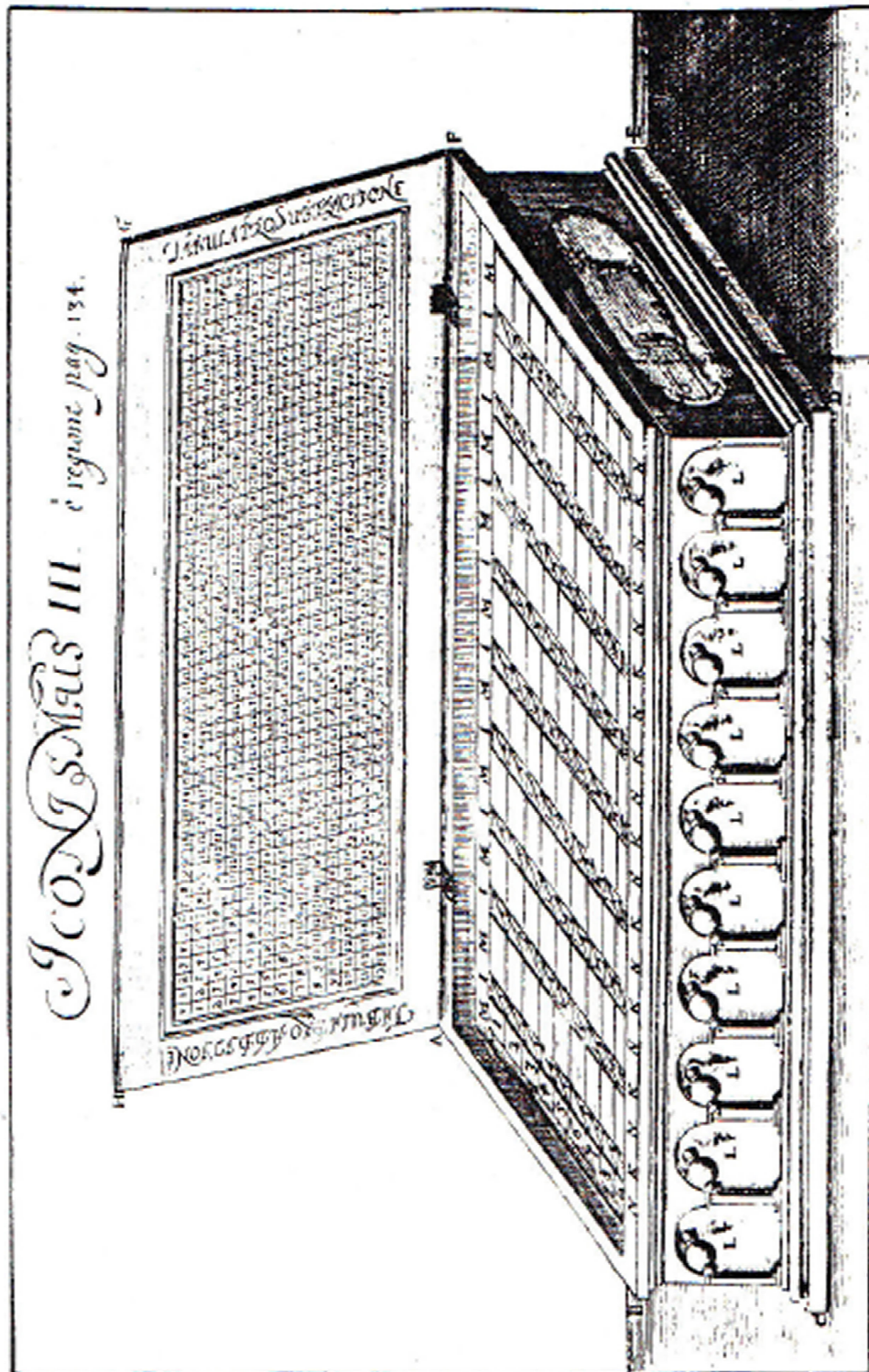


Abb. 9: Schotts Rechenkasten (1668) mit den Vielfachreihen von Neper auf drehbaren Zylindern.



Abb. 10: Darstellung der Vielfachen von 379 mit dem sogenannten „Theutometer“ aus dem frühen 20. Jahrhundert⁴⁷.

⁴⁷ Vgl. Weiss, Stephan (2007): Historische Bauanleitungen und Beschreibungen für die Rechenstäbe von Neper. <http://www.mechrech.info/publikat/NeperAnl.pdf> (22.04.2007). S. 49f.

10. Literaturverzeichnis

Fachliteratur:

Der Brockhaus in 15 Bänden (1998). Leipzig-Mannheim. Bd. 9.

Cantor, Moritz (1913): Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Leipzig. Bd. 2.

Grosse, Hugo (Neudruck von 1965 der Ausgabe von 1901): Historische Rechenbücher des 16. und 17. Jahrhunderts. Wiesbaden.

Kaiser, Hans / Nöbauer, Wilfried (2002): Geschichte der Mathematik für Schule und Unterricht. Wien.

Kessler, Franz (1618): Künstliche Rechenstäblein. Strassburg.

Lambacher Schweizer, bearbeitet von Hußmann, Stephan p.p. (2005): Mathematik für Gymnasien 5. Klasse. Ausgabe Nordrhein-Westfalen. Stuttgart / Düsseldorf / Leipzig.

Lexikon bedeutender Mathematiker (1990): Hg. von Siegfried Gottwald p.p. Frankfurt a. M.

Locatello, Marco (1623): Raddologia, ouero Arimmetica Virgolare. Verona.

Neper, Ioanne (1617): Rabdologiae. Edinburgh.

Schmid, August / Weidig, Ingo (1996): LS 9. Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium. Ausgabe Nordrhein-Westfalen. Stuttgart / Düsseldorf / Leipzig.

Ursinus, Benjamin (1623): Rhabdologia Neperiana. Berlin.

Weiss, Stephan (1985): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding.

Internet:

Carow, Jochen (2000): Nepersche Rechengeräte. <http://www.computermuseum.fh-kiel.de/virtuell/iks-nms/index2.htm> (23.04.2007).

Europäisches Patentamt (Patentveröffentlichungsnummer GB191022445) (Patentanmelder Gray, Henry) (1910): Provisional Specification. An Apparatus for Facilitating the Multiplication and Division of Whole Numbers and Decimals. <http://v3.espacenet.com/textdoc?DB=EPODOC&F=0&IDX=GB191022445&QPN=GB191022445&CY=ep&LG=de> (17.05.2007).

Europäisches Patentamt (Patentveröffentlichungsnummer DE49555) (Patentanmelder Bertl, Bohumil) (1889): Patentschrift. Multiplikations- und Divisionsvorrichtung. <http://v3.espacenet.com/origdoc?DB=EPODOC&F=0&IDX=DE49555&QPN=D>

E49555 (17.05.2007).

Haeberlin, Barbara / Drechsler, Stefan (2004): Die Gittermultiplikation nach Regius.

<http://anklick-bar.de/matheprojekt/mal-regius.pdf> (22.04.2007).

Haeberlin, Barbara (2000): Tan-Gram: Napier. <http://www.tan-gram.de/napier.pl>

(12.05.2007).

Hempel, Tino (1997-2007): John Napier – Rechnen mit den Rechenstäbchen.

<http://www.tinohempel.de/info/mathe/napier/napier.htm> (23.04.2007).

O'Connor, J. J. / Robertson, E. F. (1998): John Napier. [http://www-groups.dcs.st-](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html)

[and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Printonly/Napier.html) (22.04.2007).

Weiss, Stephan (2007): Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger.

[Digitalisierte, unwesentlich veränderte Version der Ausgabe von 1985].

<http://mechrech.info/publikat/Neper85Au.pdf> (22.04.2007).

Weiss, Stephan (2007): Historische Bauanleitungen und Beschreibungen für die Re-

chenstäbe von Neper. <http://www.mechrech.info/publikat/NeperAnl.pdf> (22.04.2007).

Weiss, Stephan (2001): Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen.

<http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007).

11. Bildverzeichnis

Abb. 1 (S. 8): Foto und Zeichnung des Verfassers.

Abb. 2 (S. 9): Foto des Verfassers.

Abb. 3 (S. 14): Entnommen aus: Neper, Ioanne (1617): *Rabdologiae*. Edinburgh. S. 42.

Abb. 4 (S.15): Entnommen aus: Weiss, Stephan (2001): *Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen*. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 2. Entnommen aus: Smith, David Eugene (1908): *Rara Arithmetica*. Boston und London, Fig. 19 (Widmann, Johannes (1500): *Behennd und hüpsch Rechnung uff allen Kauffmanschafften*. Pforzheim).

Abb. 5 (S. 15): Entnommen aus: Weiss, Stephan (2001): *Nepers Rechenstäbe und spätere Ausführungen*. <http://mechrech.info/publikat/neper2001.pdf> (22.04.2007). S. 3. Entnommen aus: Regius, Ulricus (1536): *Utriusque arithmetices epitome*. Freiburg. fol. LVI v.

Abb. 6 (S.16): Entnommen aus: *Scientific Identity: Portraits from the Dibner Library of the History of Science and Technology*. Napier, John. http://www.sil.si.edu/digitalcollections/hst/scientific-identity/CF/by_name_display_results.cfm?scientist=Napier,%20John (18.05.2007).

Abb. 7 (S.17): Entnommen aus: Locatello, Marco (1623): *Raddologia, ouero Arimmetica Virgolare*. Verona. S. 36.

Abb. 8 (S. 17): Foto des Verfassers.

Abb. 9 (S. 18): Entnommen aus: Weiss, Stephan (2007): *Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger*. <http://mechrech.info/publikat/Neper85Au.pdf> (22.04.2007). S. 104. Entnommen aus: Schott, C. (1668): *Organum mathematicum*. Würzburg. S. 134 / 135.

Abb. 10 (S.19): Foto des Verfassers.