

(20.5.2010) Peter Koppelstätter:

Berechnung der Quadratwurzel von 54321 mit einer Kurbelrechenmaschine unter Anwendung des Töpler-Verfahrens:

Geeignet sind nur Rechenmaschinen, bei denen man jederzeit während einer Rechnung im Eingabewerk jede Stelle verändern kann.

U = Umdrehungen

E = Eingabewerk

R = Resultatwerk

Rechenbeispiel $\sqrt{54321} = 233,068\dots$

1. Schritt: Die Zahl 54321 ist so einzukurbeln, dass im Ergebniswerk rechts und links noch ausreichend freie Stellen bleiben. Das Umdrehungszählwerk ist dann auf Null zu stellen.

U	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
R	0	0	5	4	3	2	1	0

2. Schritt: Von der ersten Zweiergruppe von links (hier 05) zuerst 1, dann 3 subtrahieren.

U	0	0	2	0	0	0	0	0
E	0	0	3	0	0	0	0	0
R	0	0	1	4	3	2	1	0

3. Schritt: Als nächste ungerade Zahl wäre 5 abzuziehen, was zu einer negativen Zahl führen würde ($1-5=-4$). Deshalb wird stattdessen der Schlitten um eine Stelle nach links geschoben.

U	0	0	2	0	0	0	0	0
E	0	0	3	0	0	0	0	0
R	0	1	4	3	2	1	0	0

4. Schritt: Aus der 2 im Umdrehungszählwerk wurde damit gedanklich eine 20. D. h. als vorläufiges Ergebnis wurde 20 gebildet. Entsprechend wurde von 543 gedanklich $20 \cdot 20$ abgezogen. Die 20. ungerade Zahl ist $(2 \cdot 20) - 1 = 39$. Durch die Verschiebung des Schlittens wurde die Rechenmaschine in den Zustand versetzt, der auch durch nacheinander folgende Subtraktionen der ungeraden Zahlen 1,3,5...39 erreicht wird. Die nächste ungerade Zahl ist 41, die im Eingabewerk einzustellen ist.

U	0	0	2	0	0	0	0	0
E	0	0	4	1	0	0	0	0
R	0	1	4	3	2	1	0	0

5. Schritt: Jetzt sind der Reihe nach 41,43... zu subtrahieren. Nach der Subtraktion von 45 würde ein weiteres Abziehen (von 47) zu einer negativen Zahl führen.

U	0	0	2	3	0	0	0	0
E	0	0	4	5	0	0	0	0
R	0	0	1	4	2	1	0	0

6. Schritt: Deshalb wird der Schlitten wieder um eine Position nach links geschoben, was zu einer Wiederholung der Schritte 4 ff führt.

U	0	0	2	3	0	0	0	0
E	0	0	4	5	0	0	0	0
R	0	1	4	2	1	0	0	0

7. Schritt: Aus der 23 im Umdrehungszählwerk wurde damit 230. Von ursprünglich 54321 wurden somit $230 \cdot 230 (=52900)$ abgezogen. Die letzte abgezogene ungerade Zahl war entsprechend $(2 \cdot 230) - 1 = 459$. Die nächste abzuziehende ungerade Zahl ist 461. Deshalb wird die jetzige Zahl im Eingabewerk (45) um 1 erhöht und rechts um 1 ergänzt.

U	0	0	2	3	0	0	0	0
E	0	0	4	6	1	0	0	0
R	0	1	4	2	1	0	0	0

8. Schritt: Im Folgenden werden die Zahlen 461, 463 und 465 abgezogen. Dann steht im Resultatwerk 32. Das Umdrehungszählwerk zeigt 233 an. Da im Resultatwerk noch ein Wert steht, kann man die Wurzel noch genauer errechnen, allerdings ist nach eingangs erwähnter Regel die Kommastelle nach 233 zu setzen.

U	0	0	2	3	3	0	0	0
E	0	0	4	6	5	0	0	0
R	0	0	0	3	2	0	0	0

9. Schritt: Der Schlitten wird um eine Stelle nach links geschoben. Aus der 233 im Umdrehungszählwerk wird damit 233,0. Von ursprünglich 54321,0 wurden damit $233,0 \cdot 233,0 (= 54289,0)$ abgezogen. Die letzte abgezogene Zahl war $(2 \cdot 233,0) - 0,1 = 465,9$.

U	0	0	2	3	3	0	0	0
E	0	0	4	6	5	0	0	0
R	0	0	3	2	0	0	0	0

10. Schritt: Die nächste abzuziehende Zahl wäre 466,1, was aber nicht möglich ist, ohne einen negativen Wert zu erhalten $(320,0 - 466,1 = -146,1)$. Deshalb wird der Wagen um eine weitere Stelle nach links geschoben.

U	0	0	2	3	3	0	0	0
E	0	0	4	6	5	0	0	0
R	0	3	2	0	0	0	0	0

11. Schritt: Durch das nochmalige Verschieben des Wagens wurde aus 233,0 jetzt 233,00 (die erste Stelle nach dem Komma ist eine Null). Von ursprünglich 54321,00 wurden bisher $233,00 \cdot 233,00 (=54289,00)$ abgezogen. Die letzte abgezogene ungerade Zahl war $(233,00 \cdot 2) - 0,01 = 459,99$. Die nächste abzuziehende Zahl ist 466,01. Sie ist im Eingabewerk einzustellen.

U	0	0	2	3	3	0	0	0
E	0	0	4	6	6	0	1	0
R	0	3	2	0	0	0	0	0

12. Schritt: Von 3200,00 werden jetzt nacheinander 466,01, 466,03, 466,05, 466,07, 466,09 und 466,11 abgezogen.

U	0	0	2	3	3	0	6	0
E	0	0	4	6	6	1	1	0
R	0	0	4	0	3	6	4	0

13. Schritt: Bei jetzt noch gegebenem Wert im Resultatwerk von 40364 kann 46611 nicht mehr abgezogen werden. Der Wagen wird deshalb um eine Stelle nach links geschoben, die letzte Stelle des Eingabewerks wird um 1 erhöht und rechts um 1 ergänzt.

U	0	0	2	3	3	0	6	0
E	0	0	4	6	6	1	2	1
R	0	4	0	3	6	4	0	0

Des Weiteren sind der Reihe nach 466121, 466123, 466125... zu subtrahieren. Nach der Subtraktion von 466135 ergibt sich folgendes Ergebnis:

U	0	0	2	3	3	0	6	8
E	0	0	4	6	6	1	3	5
R	0	0	3	0	7	3	7	6

Das Ergebnis (aus Umdrehungszählwerk bei Berücksichtigung der Kommastelle = 233,068) könnte durch Wiederholen der Schritte 11 ff (abhängig von der verfügbaren Stellenzahl der Rechenmaschine) noch verfeinert werden. Wurzelziehen mit dieser Methode erfordert eine erhebliche Konzentration und ist recht umständlich. Insbesondere die Wissenschaft freute sich deshalb als 1952 ein Rechner (vgl. Friden Wurzelautomat) auf den Markt kam, der auf einfachen Tastendruck die Quadratwurzel berechnete.