

Logarithmen und Astronomie

Logarithms and Astronomy

Klaus Kühn, Alling-Biburg¹

Vortrag zum

- 4. Greifswalder Symposium zur Entwicklung der Rechentechnik und
- 15. Internationalen Treffen für Rechenschieber- und Rechenmaschinensammler

IM 2009 in Greifswald

4. - 6. September 2009

Prolog und Zusammenfassung

Prologue and Summary

"Was der Mathematik die Logarithmen sind,
ist die Mathematik den anderen Wissenschaften."

Novalis (1772 - 1801)

¹ Diese Arbeit ist meiner Frau Rosita gewidmet, zum Dank für ihre Geduld, die sie für die durch mein Hobby bedingten Absenzen aufbrachte.

1 Prolog

Mit der Vermessung der Erde (Geometrie) und der Beobachtung des Himmels fing die messende Wissenschaft an. Das Wissen um die Sterne und den Kosmos, die Astronomie, hat die Menschheit bereits sehr früh beschäftigt. Sie ist als Ursprung der Mathematik zu sehen, die als Einzelwissenschaft relativ jung ist.

Besondere Bedeutung hat in der Astronomie die Trigonometrie gewonnen, die die Basis für die Lösung astronomischer Aufgaben bildete. Besonders die sphärische Trigonometrie, die Lehre/Kunde von den Verhältnissen auf einer Kugel wurde ein wichtiges Teilgebiet, weil sich der beobachtende Mensch sowohl den Kosmos und später auch die Erde als Kugelgestalt modellierte. Die Berechnungen in der sphärischen Trigonometrie können sehr umfangreich und aufwändig sein, so dass der Astronom jede Art von Rechnerleichterungen gerne annahm.

Ca. 150 Jahre v.Chr. soll Hipparch Sehnentafeln berechnet haben, um aus messbaren Größen nicht direkt messbare zu bestimmen. Bereits kurze Zeit später haben die Inder mit weiteren Winkelfunktionen gearbeitet und entsprechende Tafeln aufgestellt. Diese Tafeln wurden durch die Araber um ca. 800 n.Chr. durch weitere Winkelfunktionen ergänzt. Später kamen als Rechenhilfsmittel islamische (sexagesimale) Multiplikationstafeln, dann um 1500 n.Chr. die sehr genauen Winkelfunktionstafeln von Regiomontanus (1436-1476) und von Rheticus (1514-1574) hinzu. In dieser Zeit erleichterte der Einsatz der Prosthaphärese aufwändige Berechnungen. Eine wesentliche und epochemachende Vereinfachung der (astronomischen) Berechnungen, die auch der erforderlichen Genauigkeit Rechnung trug, erfolgte im Jahre 1614 durch die Veröffentlichung der ersten Logarithmentafel durch John Napier (1550-1617). Weitere Rechenvereinfachungen wie die Entwicklung von Rechenmaschinen, von astronomischen Rechenschiebern und Taschenrechnern als Rechenhilfsmittel folgten, die schliesslich in den Einsatz des digitalen Computers mündeten.

In diesem Beitrag soll die Rolle der Logarithmen in der Astronomie dargestellt werden, wie sie sich von John Napier, Henry Briggs (1560-1630), Jost Bürgi (1552-1632) und Johannes Kepler (1572-1630) zu den modernen Ausgaben von Logarithmentafeln aus dem 20. Jahrhundert verfolgen lässt. In diesem Artikel will ich mich auf die wesentlichen Tafeln beschränken, die sich bei ihrem Einsatz besonders hervorgetan haben. Als wichtige Referenz wurde die Zusammenstellung von James Henderson² herangezogen, in der sich eine hervorragende und einzigartige Übersicht der Tafeln findet, die bis ca. 1925 erschienen sind. Weitere Tafeln sind im Rechnerlexikon³ zusammengestellt.

Auch soll der Frage nachgegangen werden, was Johannes Kepler zu seinen eigenen Berechnungen und zur eigenen Veröffentlichung der Logarithmen im Jahre 1624 veranlasst hat obwohl bereits andere Logarithmentafeln erschienen und ihm bekannt waren.

Diese Arbeit ist bewusst im Jahr der Astronomie 2009 erschienen, das sowohl der Erfindung des Fernrohrs durch den holländischen Brillenmacher Hans Lipperhey (1570-1619) wie auch der Veröffentlichung der "Astronomia Nova" durch Johannes Kepler - eines der bahnbrechenden Bücher über unser Sonnensystem, in der Kepler die Ellipse als ideale Bahnkurve der Planeten darstellt - vor 400 Jahren Rechnung trägt.

Die in dieser Arbeit genutzte Literatur und Beispiele können und sollen Lehrern als Anregung dienen, die ihren Schülern an Hand praktischer Rechenbeispiele die Bedeutung der Logarithmen näher bringen wollen.

² Henderson, James; Logarithmic Tables - Part I in Bibliotheca Tabularum Mathematicarum Band XIII; Cambridge University Press, London 1926

³ www.Rechnerlexikon.de/artikel/Logarithmentafeln

Prologue

Surveying the earth (geometry) and observing the sky was the starting point for scientific measurement. In the early days mankind was gathering knowledge about stars and cosmos - and astronomy, the origin of mathematics, was born.

Of special interest in astronomy is trigonometry, which helped to solve astronomical questions and tasks. Especially spherical trigonometry, the science of relationships on a sphere, became a very important subject since people did model the cosmos and later on the earth as a sphere. Calculations in spherical trigonometry can become so very exhaustive and time consuming, that astronomers welcomed very much any facilitation of those calculations.

Ca. 150 BC Hipparch has developed tables of secants in order to determine non-direct measurable data by using measurable ones. Later the Hindus have added further trigonometrical functions and tables. Those tables were supplemented by the Arabs ca. 800 AD. by more trigonometrical functions. Islamic (sexagesimal) multiplication tables were introduced next, followed around 1500 AD by the very correct tables of trigonometrical functions from Regiomontanus (1436-1476) and from Rheticus (1514-1574). During that time usage of the Prosthaphaeresis made calculations easier. An epochal quantum leap was made by John Napier (1550-1617) when he discovered logarithms and published the first table of logarithms in 1614. Logarithms simplified (astronomical) calculations tremendously and have met the requirements for exactness perfectly.

Further calculating aids like calculating machines, slide rules and pocket calculators have followed, which finally lead to the development and usage of the digital computer.

This paper will deal with the role of logarithms in astronomy as it can be demonstrated by considering the development and history of the logarithmic tables from John Napier, Henry Briggs (1560-1630), Jost Bürgi (1552-1632) und Johannes Kepler (1572-1630) up to the modern tables of the 20th century. This paper will only deal with those distinguished tables which can be considered as mile stones. Basis for this approach is the preeminent reference book from James Henderson ² with its unique compilation of most logarithmic tables which were published until 1925. More tables are listed in the Rechnerlexikon ³.

Additionally, this article will answer the question why Johannes Kepler has recalculated logarithms his way and has published his logarithms in 1624 at a time when other tables with logarithms were already published and known to him.

This paper is very consciously written and published in 2009. 2009 is the year of astronomy commemorating the invention of the telescope by the Dutch optician Hans Lipperhey (1570-1619) as well as the publication of the "Astronomia Nova" by Johannes Kepler - one of the pioneering books about our solar system, in which Kepler describes the ellipse as the ideal planetary orbit - exactly 400 years ago.

Literature and examples within this paper could and should stimulate teachers, who want to acquaint their students with the meaning of logarithms by using examples from daily life or nature.

2 Zusammenfassung

Die Entwicklung mathematischer Tafeln lässt sich nach John Fauvel (1947 - 2001) ⁴ in 4 Perioden einteilen

Zeitperiode	Inhalte - Description
2500 BC - 150 AD	"invention of the table as a concept and its realization in a number of forms for different purposes"
150 AD - 1600	"great achievements of the human mind, in the astronomical and trigonometric tables which lay the heart of progress in the hard sciences leading up to the scientific revolution"
1600 - 1850	"heyday of work on logarithmic tables which formed the basis of calculation needs for the industrial revolution"
> 1850	"production of a range of ever more sophisticated tables for physical, mathematical, industrial, and economic purposes, as well as the development of technology to help in their calculations"

und hat sich durch die in dieser Arbeit zum Einsatz der Logarithmen in der Astronomie gemachten Ausführungen bestätigt.

Rechentafeln hat es bereits in der frühen Menschheitsgeschichte gegeben und die Entwicklung der Logarithmen und deren Tabulierung war ein logischer Schritt, der sich auf Grund des technischen Fortschrittes im 17. Jahrhundert ergab, um den Wissenschaftlern, Astronomen, Landvermessern, Navigatoren und Kaufleuten als Rechnungshilfe zur Verfügung zu stehen.

In dieser Arbeit wird an Hand einiger Beispiele dargestellt, wie sich im Laufe von über 350 Jahren die Logarithmen(-Tafeln) zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel für viele Berechnungen aus etlichen Bereichen von Wissenschaft und Technik - insbesondere der Astronomie - entwickelt haben. Die Tafeln enthielten zunächst ausführliche Anleitungen, Rechenbeispiele und Erläuterungen und wurden immer genauer (hochstellig; Detaillierung der Gradeinteilung) und dadurch umfangreicher. Später ging es dann hauptsächlich um Korrektheit der Werte sowie Handhabung und Übersichtlichkeit der Tafeln bevor sich deren Inhalte auf die Darstellung der Logarithmen der Zahlen und der trigonometrischen Funktionen (ab ca. 1850) beschränkte. Für die speziellen Anwendungen der einzelnen Fachbereiche wurden entsprechende eigene - logarithmisch errechnete - Tafelwerke erstellt, in denen keine Logarithmen mehr aufgeführt waren (Ephemeridentafeln für Astronomen; Navigationstafeln für Seeleute; Zinstafeln für Kaufleute).

Bekanntlich wurden die Logarithmentafeln zusammen mit den Rechenschiebern in den 1970er Jahren schnell und vollständig durch die Taschenrechner und später von Computerprogrammen ersetzt. Daher haben jüngere Menschen oftmals keine Vorstellung von der Bedeutung der Logarithmen und der Rechenschieber.

Aus diesem Grunde erachte ich es als unbedingt notwendig, von Zeit zu Zeit an die fast 400jährige Geschichte des Rechnens mit den Logarithmen zu erinnern. Dies besonders unter dem Eindruck, dass inzwischen das Thema Logarithmen in der Schule gar nicht mehr auf dem Lehrplan erscheinen soll. Wegen der besonderen Bedeutung der Logarithmen für viele Fach- und Lebensbereiche (siehe Addendum 3) und nicht zuletzt vor dem Hintergrund des 400. Geburtstages der ersten Logarithmentafel von John Napier, Lord of Merchiston im Jahr 2014, sollten die Logarithmen, die als Rechenhilfsmittel wesentlich zu den heutigen Errungenschaften beitragen, entsprechend gewürdigt werden.

"Die Erfindung der Logarithmen kürzt monatelang währende Berechnungen bis auf wenige Tage ab und verdoppelt dadurch sozusagen das Leben (der Rechner)."

Marquis Pierre-Simon de Laplace (1749 - 1827, französischer Mathematiker und Astronom)

Dr. Klaus Kühn, Beitrag zur IM 2009 ⁵

⁴ The History of Mathematical Tables - From Sumer to Spreadsheets; Martin Campbell-Kelly, Mary Croarken, Raymond Flood, Eleanor Robson; Oxford University Press 2003 - Seite 2

⁵ Anmerkung: Aufgrund der Verkleinerung sind manche Abbildungen kaum oder nur schlecht zu lesen. Interessierte Leser können sich wegen der Vorlagen gerne an mich wenden; kk@iasim.de

Summary

This paper confirms John Fauvel's (1947 - 2001) classification of the appearance of mathematical tables within 4 time periods (see table above).

Mathematical tables have been existing in mankind for a long time. The development of logarithms and of their tabulation was a logical step in the 17th century in order to provide scientists, surveyors, navigators, and merchants with calculating aids meeting the state of the technical progress.

Based on examples this paper describes the development of logarithms (and logarithmical tables) over more than 350 years as calculating aids in several areas of science and technology, with emphasis on astronomy.

In the beginning of their publication the tables contained detailed instructions, calculating examples, and explanations and became more and more voluminous (more decimals; finer grading). Later on correctness of the data and ease of handling of the logarithmic tables became more important. Since ca. 1850 more focus was given on the presentation of the logarithmic data of numbers and trigonometric functions.

For special calculations within faculties there have been published special tables - calculated with the use of logarithms - but without showing logarithmical data, like ephemerides for astronomers, navigational tables for seamen, tables of interest for merchants.

In the 1970s logarithmic tables as well as slide rules were rapidly and entirely replaced by pocket calculators and digital computers. Because of that younger people do not have any idea about the existence, meaning, and importance of logarithms and slide rules, which since then had been in use continuously for more than 350 years.

For this reason I consider it absolutely necessary, to take a look back at the almost 400 years of calculating with logarithms. This happens especially under the impression that logarithms are planned not to be taught any more in school.

Due to the special importance of logarithms for many areas in science and life (see Addendum 3) and due to the coming 400th birthday of the logarithmic table from John Napier, Lord of Merchiston in 2014, logarithms should be commemorated in a dignified way, since as calculating aids they have contributed essentially to present achievements and the status of the world.

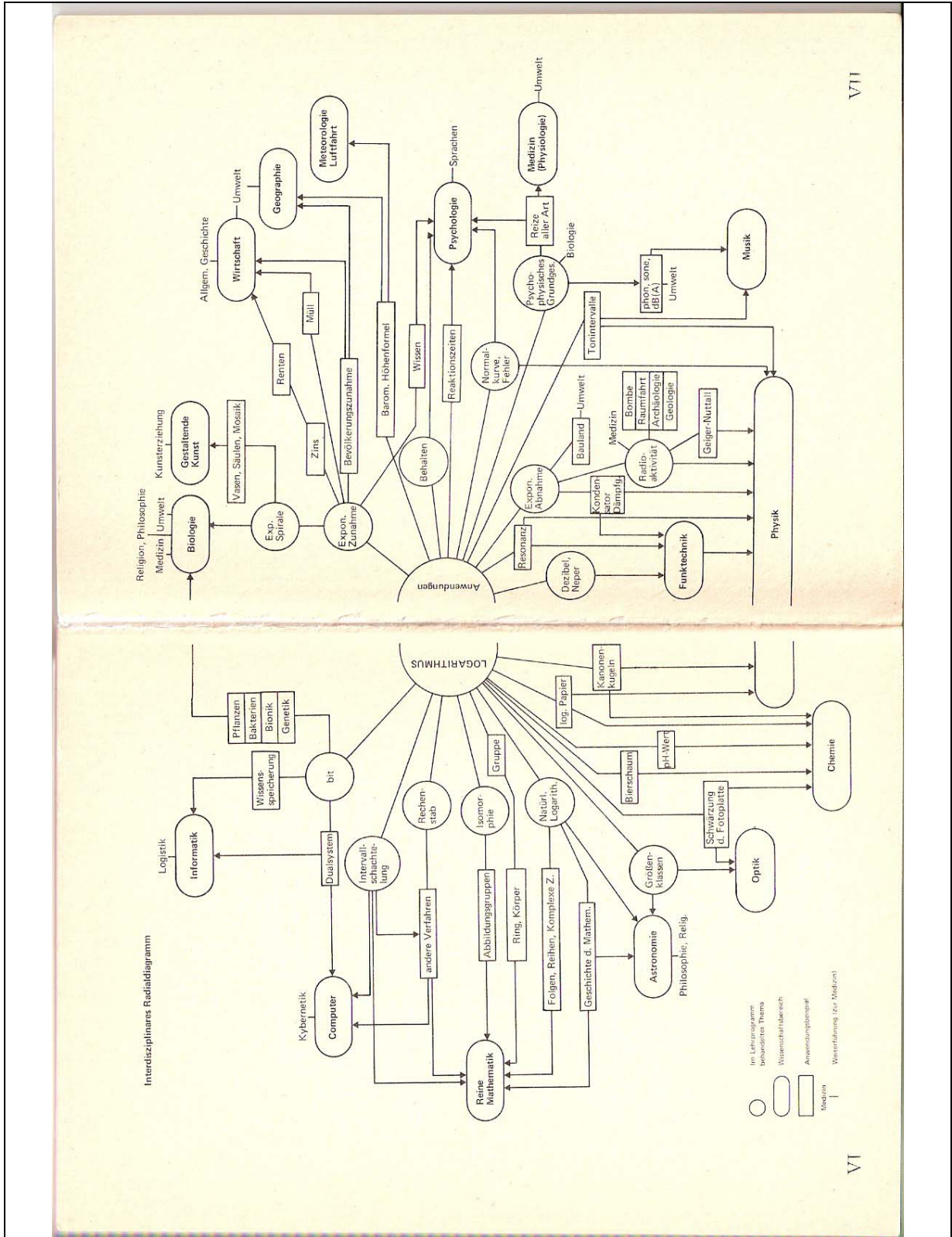
"The discovery of the logarithms has reduced months taking calculations to some days, doubling so to say the lifespan of a human calculator."

Marquis Pierre-Simon de Laplace (1749 - 1827, french mathematician and astronomer)

Dr. Klaus Kühn, IM 2009 ⁶

⁶ Note: Due to scaling down some of the graphics are hard to read, if at all. Interested readers are welcome to mail their request for the original to kk@iasim.de

Addendum 3: Aus Karl Röttel; Der Logarithmus - Einführung; 4. Auflage, Bayerischer Schulbuch-Verlag 1975



Hinzu kommen inzwischen einige Softwareprogramme, die auf logarithmische Weise komprimiert sind.