William Oughtred und die Logarithmen -
William Oughtred and Logarithms

Abstract

Three names are closely connected with the history of logarithms: John Napier (1550 - 1617), Jobst Bürgi (1552 - 1632) und Henry Briggs (1560 - 1630). While Napier constructed logarithms based on a mathematical-kinematical method (1), did Bürgi use the route by calculating "antilogarithms" (5). Henry Briggs introduced the base of 10, which resulted in a simplificaction of calculating logarithms (4). This idea included numerical values, whereas Napier´s logarithms were meant for trigonometrical data.

The publication of "Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio" - the first logarithmical tables - in 1614 lead to a sequence of much more descriptions and tables in english - and evtl. french? .All those editions were different, mainly through their APPENDIX´s, whereas the logarithmic tables remained the same. Some of the authors of those appendixes were not to be identified easily. This author indentification task was taken over later by mathematical historians.

A publication by J.W.L. Glaisher (1848 - 1928) from 1914 (2) *"The earliest use of the radix method for calculating logarithms, with historical notices relating to the contributions of Oughtred and others to mathematical notation"* covers a 16-page appendix, which appeared 1618 in the 2nd edition of "Mirifici - A description of the admirable table of logarithmes…" translated from Latin by Edward Wright. This appendix covers a method to calculate logarithms by the - "Radix Method" (6). Initially this appendix was dedicated to Henry Briggs. But Glaisher adapted some hints from A. de Morgan and after further investigations he concluded, that this appendix was written by William Oughtred (1574 - 1660).

Glaisher (see pages 147 and 160 of his article) based his opinion on these factors of "mathematical notation" :

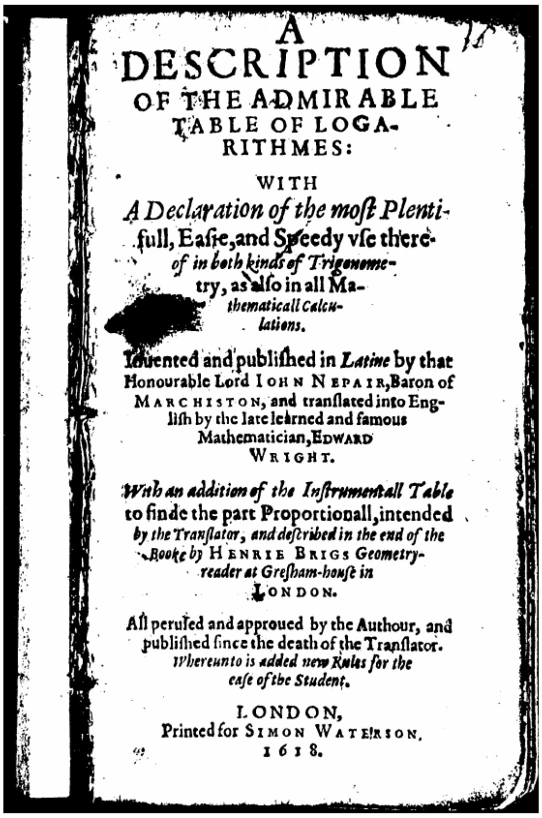
1. abbreviations for sine and tangent are s resp. t as well as s* and t* for cosine and cotangent (abbreviations, which Briggs never has used)
2. use of X as the sign of multiplication
3. the use of the word "cathetus" for perpendicular
4. he uses CA for the perpendicular let fall from C on the opposite side, and therefore denotes an oblique-angled triangle by BCD
5. the use of the word "ingredient"
6. the use of circles and strokes to denote the data and quæsita in a triangle

This paper is intended to demonstrate the broad mathematical interest of William Oughtred (3), especially his relations to logarithms, which are the basis for all slide rules.

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Drei Namen sind mit der Geschichte der Logarithmen eng verbunden: John Napier (1550 - 1617), Jobst Bürgi (1552 - 1632) und Henry Briggs (1560 - 1630). Während die Entwicklung der Logarithmen durch Napier auf einer mathematisch-kinematischen Methode beruhte (1), ist Bürgi den Weg der "Antilogarithmenberechnung" gegangen (5). Das Verdienst von Henry Briggs liegt darin, die Basis 10 einzuführen, die zu einer Vereinfachung der Berechnungen führte (6). Die Idee dazu entstand nach seinen Besuchen bei Napier (1615 und 1616) und bezog sich auf die numerischen Werte. Napier hatte zunächst nur trigonometrische Werte logarithmiert.
In den nächsten Jahren nach der Veröffentlichung der "Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio" - der ersten Logarithmentafel - im Jahre 1614 entstanden in schneller Folge weitere Ausgaben des Werkes in englischer und französischer? Sprache. Interessant dabei war, dass sich die einzelnen Ausgaben unterschieden. Zwar waren die Tafeln meist gleich geblieben, aber es tauchten auch Zusatzinformationen auf - sogenannte APPENDIXE. Die Autoren dieser Appendixe waren nicht immer zweifelsfrei zu identifizieren und so machten sich Mathematikhistoriker daran, mehr über die Autorenschaften herauszufinden.

Einer dieser Appendixe ist Thema dieses Vortrages. Er erschien 1618 in einer ins Englische übersetzten 2. Ausgabe von John Napier´s "Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio".

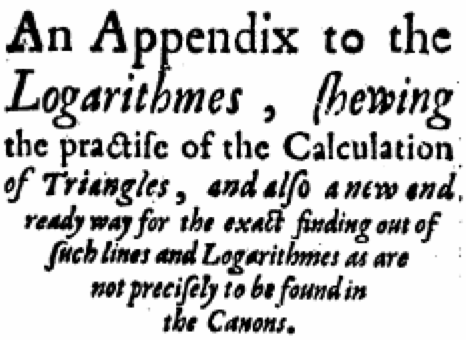


A
DESCRIPTION
OF THE ADMIRABLE
TABLE OF LOGA-
RITHMES:
WITH
A Declaration of the most Plenti-
full, Easie, and Speedy vse there-
of in both kinds of Trigonome-
try, as also in all Ma-
thematicall Calcu-
lations.
Invented and published in Latine by that
Honourable Lord IOHN NEPAIR, Baron of
MARCHISTON, and translated into Eng-
lish by the late learned and famous
Mathematician, EDWARD
WRIGHT.
With an addition of the Instrumentall Table
to finde the part Proportionall, intended
by the Translator, and described in the end of the
Booke by HENRIE BRIGS Geometry-
reader at Gresham-house in
LONDON.
All perused and approoued by the Authour, and
published since the death of the Translator.
Whereunto is added new Rules for the
ease of the Student.
LONDON,
Printed for SIMON WATERSON.
1618.

William Oughtred und die Logarithmen -
William Oughtred and Logarithms

Die erste Ausgabe dieser Übersetzung von Edward Wright erschien bereits 1616 und enthält wie der Titel andeutet mehr als die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen - allerdings ist der in diesem Vortrag zu besprechende Appendix noch nicht darin enthalten. Betrachtet man den Inhalt dieser Übersetzungen, so kann man sich der vielen Anleitungen und Hinweise erfreuen, die den praktischen Einsatz der Logarithmen beschreiben. Da der ursprüngliche Autor Edward Wright bereits 1615 - also vor der Publikation - verstorben war, hat sich sein Sohn Samuel Wright für die weitere Bearbeitung und Veröffentlichung dieser Arbeit verdient gemacht. Die Ausgaben sind von John Napier "genehmigt" worden und als weiterer Autor trat Henry Briggs in Erscheinung.

Wer jedoch hat diesen - in der 2. Auflage der von Edward Wright´s ins Englische übersetzten "A description of the admirable table of logarithmes…" erschienenen - Appendix mit der Überschrift


An Appendix to the Logarithmes, ſhewing the practiſe of the Calculation of Triangles, and alſo a new and ready way for the exact finding out of ſuch lines and Logarithmes as are not preciſely to be found in the Canons.

verfasst ? War es auch Henry Briggs ?

Mit dieser Frage hat sich besonders J.W.L. Glaisher (1848 - 1928) in der 1914 erschienenen Veröffentlichung (2) *"The earliest use of the radix method for calculating logarithms, with historical notices relating to the contributions of Oughtred and others to mathematical notation"* auseinandergesetzt. Ursprünglich wurde dieser Appendix Henry Briggs zugeordnet, der in diesem Band einen anderen Beitrag leistet - "Instrumentall Table". Glaisher hatte einige Anhaltspunkte von A. de Morgan aufgegriffen, sie erweitert und gefestigt und kam zu dem Ergebnis, dass dieser Appendix von William Oughtred (1574 - 1660) verfasst wurde.
Im Erscheinungsjahr 1618 hatten sich Henry Briggs und William Oughtred übrigens persönlich getroffen.

Worum geht es in diesem Appendix ?

In diesem Appendix geht es u.a. um eine Methode, Logarithmen zu berechnen und zwar auf Basis der sogenannten Wurzelmethode - "Radix Method" -, mit der die Logarithmen aller Zahlen zu berechnen sind.

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Die Radixmethode wurde in späteren Jahrhunderten weiter verfeinert und ist mit Namen wie Robert Flower (1771), George Atwood (1786), Zecchini Leonelli (1802), Thomas Manning (1806), Thomas Weddle (1845) sowie Peter Gray und Thomas Ellis verbunden. Auf diese relativ einfache Methode ist in jüngerer Zeit bereits mehrfach in Artikeln im JOS und bei der IM 2004 hingewiesen worden.

Dieser Artikel soll einen Beitrag dazu leisten, die vielfältigen Interessen (3) von William Oughtred aufzuzeigen und hier besonders auf seine Beziehungen zu den Logarithmen einzugehen.

WHat great eaſe is offered vnto vs in this art of Logarithmie, for the reſolution of all Triangles both plaine and Sphæricall (without my ſpeech) experience it ſelfe wil quicklie ſhew to ſuch as haue at any time beene tyred with the labourious worke of the formerly vſed tables of Triangles, I meane of *Sines, Tangents* and *Secants*. Yet into the full obtayning of the facility and readineſſe that the excellent inuention of this Author may affoord vs, two things ſeemed vnto mee conueniently might bee added hereunto: The one is a direction for the practiſe of the ſeuerall rules of the Calculation of Triangles: The other is a perfect and readie way of finding out ſuch Sines and Logarithmes

A 3 which

which are not to be found exactly in the Tables. This latter the Author in the fourth Chapter of his firſt Booke, leaueth wondrouſly perplexed: and the Tranſlator, that

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

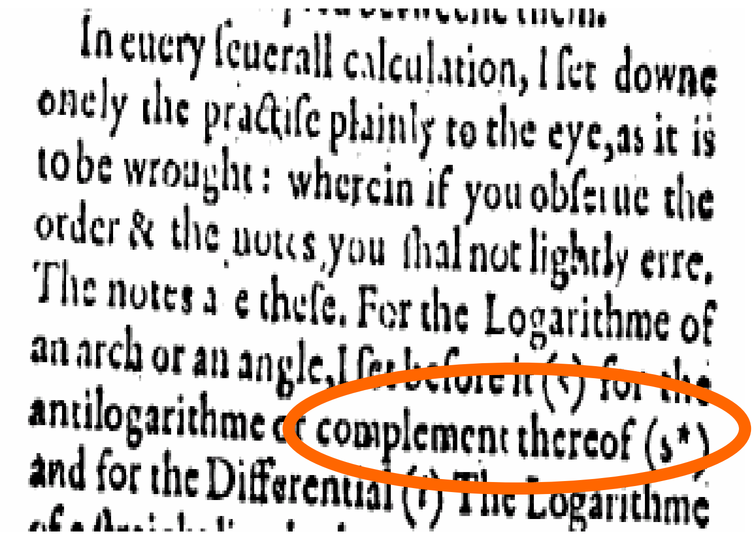
Logarithmen sind der Ursprung für alle Rechenschieber.

J.W.L. Glaisher, der sich intensiv mit dem 16-seitigen Appendix auseinandersetzt, macht die Autorenschaft von William Oughtred an folgenden Faktoren zur "mathematical notation" fest (s. Seiten 147 und 160 seines Artikels):

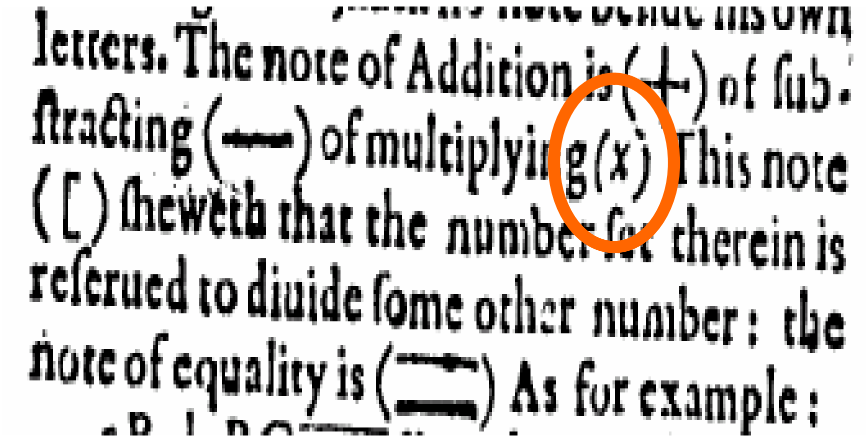
1. Abkürzungen für Sine und tangent mit s bzw. t sowie s* und t* für cosine und cotangent (Abkürzungen, die Briggs nie gebraucht hatte)
2. Anwendung des X als Multiplikationszeichen
3. Die Anwendung des Begriffes "Cathetus" für die Senkrechte CA
4. Nutzung von CA als Lot von C auf die Gegenseite, dadurch Bezeichnung des Dreiecks mit BCD
5. Gebrauch des Wortes "ingredient"
6. Einsatz von Strichen und Kreisen, um Seiten und Winkel zu bezeichnen

Diese Notationen werden im Folgenden aufgeführt und belegt.

1. Abkürzungen für Sine und tangent mit s bzw. t sowie s* und t* für cosine und cotangent (Abkürzungen, die Briggs nie gebraucht hatte)

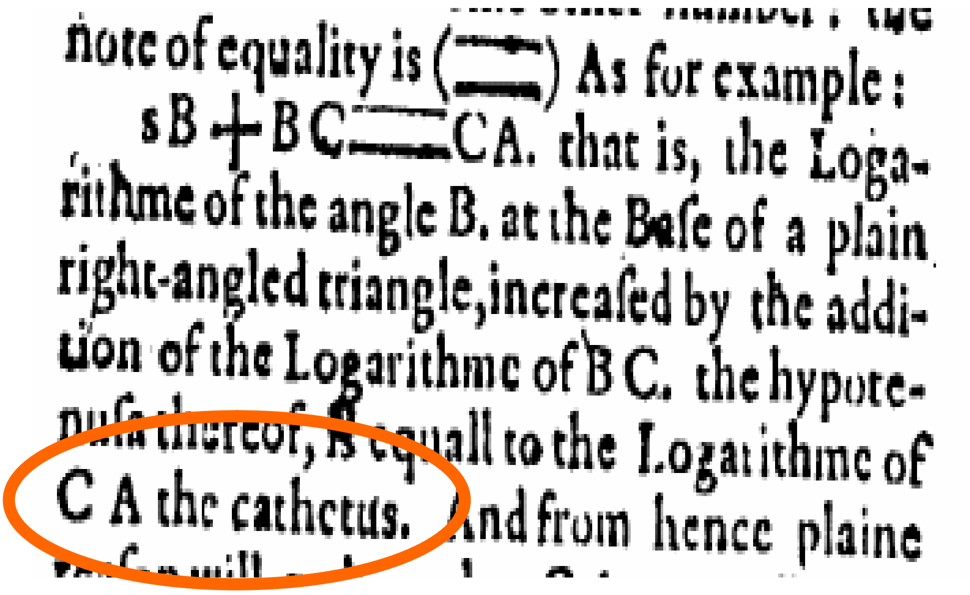

In euery ſeuerall calculation, I ſet downe onely the practiſe plainly to the eye, as it is to be wrought: wherein if you obſerue the order & the notes, you ſhal not lightly erre. The notes are theſe. For the Logarithme of an arch or an angle, I ſet before it (s) for the antilogarithme or complement thereof (s*) and for the Differential (t) The Logarithme

2. Anwendung des X als Multiplikationszeichen sowie der eckigen Klammer (**[**) als Divisionszeichen ("subduction")



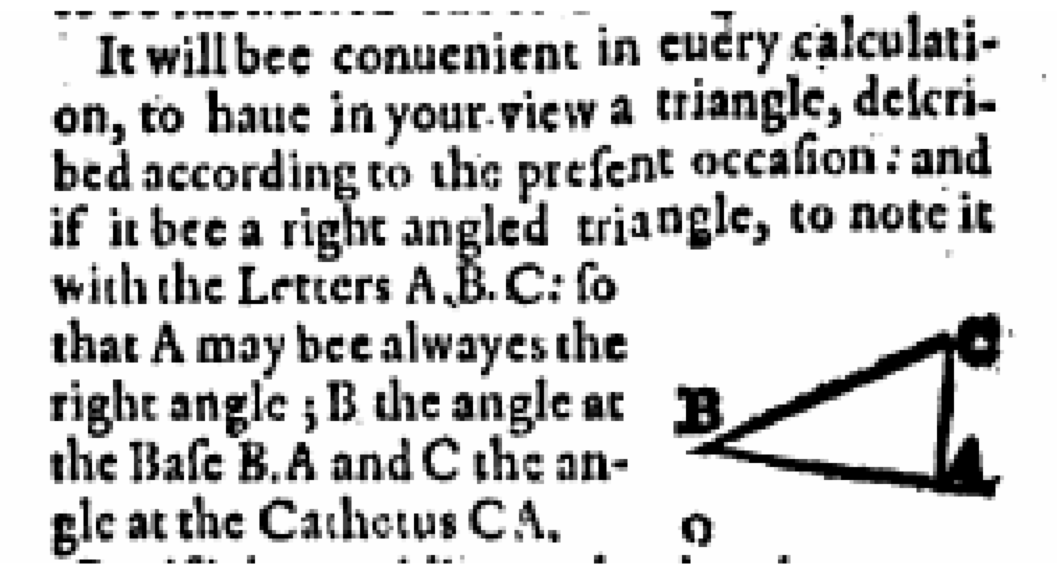
letters. The note of Addition is (+) of sub-
stracting (—) of multiplying (x) This note
([ ) sheweth that the number set therein is
referued to diuide some other number: the
note of equality is (═) As for example:

3. Die Anwendung des Begriffes "Cathetus" für die Senkrechte CA

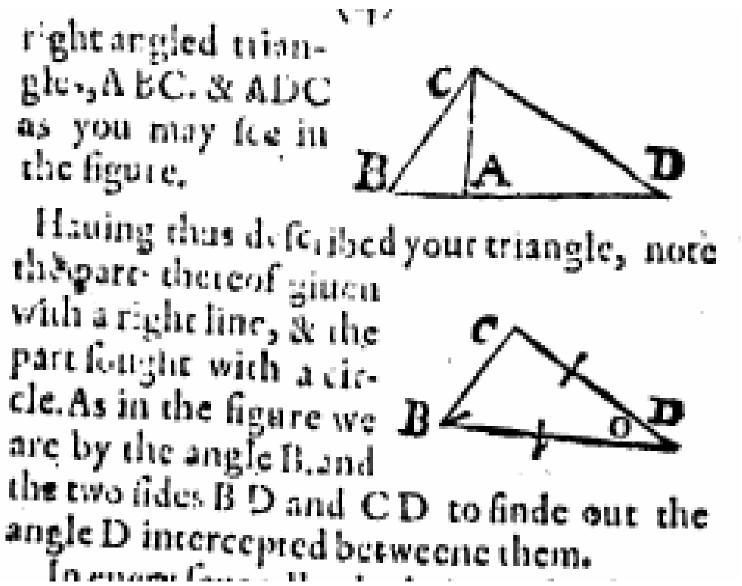


note of equality is (═) As for example:
sB + BC ═ CA. that is, the Loga-
rithme of the angle B, at the Base of a plain
right-angled triangle, increased by the addi-
tion of the Logarithme of BC, the hypote-
nusa thereof, is equall to the Logarithme of
C A the cathetus. And from hence plaine

4. Nutzung von CA als Lot von C auf die Gegenseite, dadurch Bezeichnung des Dreiecks mit BCD sowie Einsatz von Strichen und Kreisen, um Seiten und Winkel zu bezeichnen



It will bee conuenient in euery calculation, to haue in your view a triangle, described according to the present occasion: and if it bee a right angled triangle, to note it with the Letters A.B.C: so that A may bee alwayes the right angle; B the angle at the Base B.A and C the angle at the Cathetus C.A.



right angled triangles, ABC. & ADC as you may see in the figure.

Hauing thus described your triangle, note the parts thereof giuen with a right line, & the part sought with a circle. As in the figure we are by the angle B. and the two sides B D and C D to finde out the angle D intercepted betweene them.

5. Gebrauch des Wortes "ingredient" auf Seite 7 des Appendix und Glaisher sagt auf S. 165 "and so far as I know it is not used by any other writer. "

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Hier erscheinen Hintergund und eine Anleitung zum Gebrauch der folgenden Tabellen. Es ist eine sehr wichtige Ergänzung der den Hauptteil ausmachenden logaritmischen Werte der trigonometrischen Funktionen, da sich nämlich mit Hilfe der Tabellen und der eingesetzten Wurzelmethode die Logarithmen aller Zahlen ermitteln lassen.

Now followeth the way of finding out ſuch ſines and logarithmes, as are not in the canon preciſely to be had: the ground of which worke is, becauſe the differences of the ſines and logarithmes in this canon, are equall ſo farre vntill the ſine decreaſe about 980000. and the logarithme increaſe about 202000. Wherefore if wee ſhall by any art bring the logarithme, being it ſelfe great, that it may be leſſe then 202000. or the ſine being it ſelf little, that it may bee greater then 980000. we may haue the difference to bee added, or ſubſtracted, moſt readily without any proportion. For the performance whereof, I haue inuented and framed this Table following: which conſiſteth of two parts; the former being of abſolute ſines, the latter of tenth and hundreth parts.

direct you. Laſtly, to this logarithme found out by the canon, adde the logarithms of the Table collaterall to the ſine & parts wherewith you multiplyed, and the ſumme of all ſhall be the logarithme of the sine or number propoſed: as for example, I would haue the logarithme of 257.

257 x 3000
771000 x 12 too little.
1542
925200 x 108.: yet too little.
99921600

99921 6 the logarithme of this by the canon at the firſt view, appeareth to be 748. vnto this adde the logarithmes of the table colaterall to 3000. & 12. & 108. & ſo

784
8006365
182321
76962
8266432

ſhall

(14)

ſhal you haue 8266432 for the true logarithme of 257.

ſed. As for example. I would haue the ſine or numerall valour of this logarith. 8266430.

8266432
8006365 [3000.
260067
182321 [12
77746
76962 [108

784. the ſine whereof by the canon, offereth it ſelfe to be 999216. which muſt bee diuided as is ſhewed in the rule.

108)
12) 99921600 (925200 (771000.
3000) (257

So then the ſine or numerall valour of the logarithme, 999216. giuen is 257.

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Dies sind die Werte der "Einer". Für den "Sinus" von 3 hat sich ein Fehler eingeschlichen; er müsste lauten 1098612.

Sin.	Logarith.	Sin.	Logarith.	Sine.	Logarithme.
1	000000	100	4605168	10000	9210337
2	693146	200	5298314	20000	9803483
3	1096612	300	5703780	30000	10308949
4	1386294	400	5991462	40000	10596631
5	1609437	500	6214605	50000	10819774
6	1791758	600	6396925	60000	11002095
7	1945909	700	6551077	70000	11156246
8	2079441	800	6684609	80000	11289778
9	2197223	900	6802391	90000	11407560
10	2302584	1000	6907753	100000	11512921
20	2995730	2000	7600899	200000	12206067
30	3401196	3000	8006365	300000	12611533
40	3688878	4000	8294047	400000	12899215
50	3911021	5000	8517190	500000	13122358
60	4094342	6000	8699511	600000	13304679
70	4248493	7000	8853662	700000	13458830
80	4382025	8000	8987194	800000	13592362
90	4499807	9000	9104976	900000	13710144

Die untere Tabelle gibt die Werte für die "Zehntel" und "Hundertstel" wieder; auch hier ist ein Druckfehler enthalten: anstelle der 126 muss es 105 heissen.

The supplement of the Table for tenth and hundreth parts.

Sin.	Logarith.	Sin.	Logarith.	Sine.	Logarithme
11	95311	17	530628	104	39222
12	182321	18	587786	126	48790
13	262364	19	641853	106	58269
14	336473	101	9951	107	67659
15	405465	102	19803	108	76962
16	470004	103	29560	109	86177

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Glaisher definiert die Radix-Methode als die Auflösung einer Zahl (per Multiplikation oder Division) in Faktoren der Form 1+- r/10^n.

In diesem Beispiel geht es um die Berechnung des "natürlichen" Logarithmus von 257. Alle aufgeführten Rechenschritte dienen dazu, die 257 (per Multiplikation) möglichst nahe an den Wert 1.000.000 zu bringen und die zu den Faktoren zugehörigen "Logarith." Werte aus den beiden obigen Tabellen zu finden.

Als Ergebnis finden wir den Wert 8266434 : 1.000.000, "the true logarithm of 257". Was hat es damit auf sich ? Der "true logarithm" ist nicht der natürliche. Sondern da:

3000 x (1+ 2/10) x (1+ 8/100) = 3888 und 257 x 3888 = 1.000.000 - 784 = 999.216 ist

ergibt sich logarithmiert: ln 257 + ln 3888 = ln 999.216; ln 257 = ln 999.216 - ln 3888

und 8.266434 entspricht ln 3888 + .000784 = 8.265650 + .000784. Damit ist

ln 257 = 13.81482632 - 8.266434 = **5.549176** (als natürlicher Logarithmus)

Gesucht ln		**SIN**	**Logarith.** **aus Tabelle**		**Hilfsgröße X** **(:1.000.000)**	**e^X**
257	X	3000	8006368		8,006	3000,0013
771000	X	**1,2**	182321		0,182	1,2
925200	X	**1,08**	76961		0,077	1,08
999216	13.81472					
Restwert: 784	+		8265650	=	**8266434**	(3891)
1.000.000						

William Oughtred und die Logarithmen -
William Oughtred and Logarithms

Für die Berechnung eines Numerus - "sin" - gilt der umgekehrte Weg. Dadurch ist der Wert (in diesem Falle 3888=3000 x 1,2 x 1,08) durch Division (Subtraktion der "Logarith.") zu ermitteln, der in 1.000.000 "sin"-mal, nämlich 257 mal, enthalten ist.

Gesucht "sin"			**Logarith. aus Tabelle**		**Logarith.**	
257			8266434		**8266434**	
	:	3000	8006368			
771000			260066			
	:	1,2	182321			
925200			77745			
	:	1,08	76961			
			784			
999216			999216			
			1000000		13,81551056	1.000.000

Dieser Appendix trägt auch aus folgenden Gründen die Handschrift von William Oughtred (Zitate aus Glaisher, Seite 182):

- "Love" and use "of symbols"
- "Disinclination to publish his mathematical manuscript (at least under his own name)"
- "Always earnest to encourage the study of mathematics" ....!!!!!!!

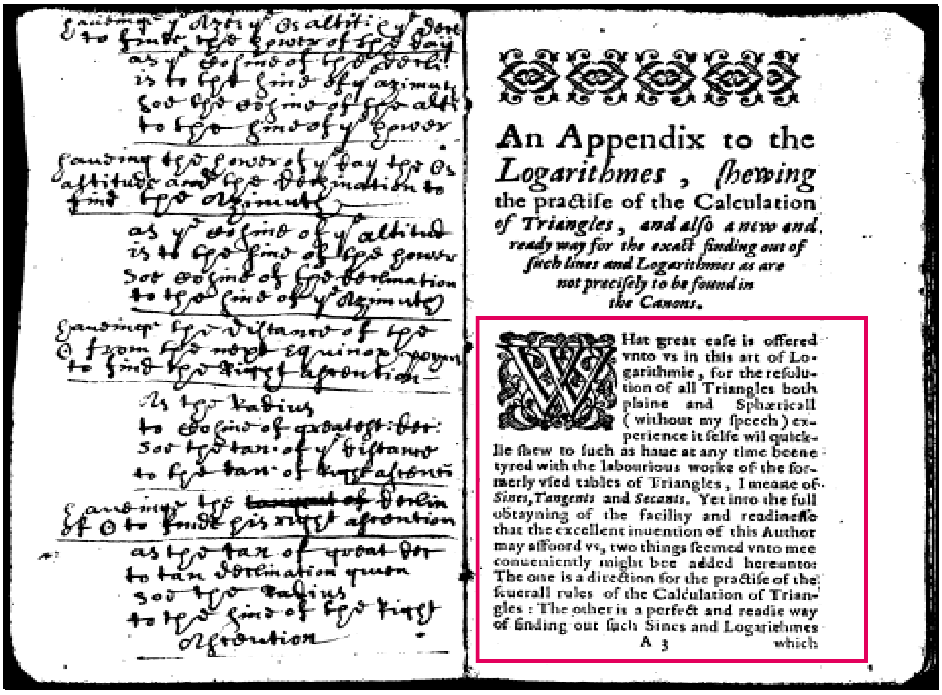
Und diesen letzten Punkt hat er - in diesem Falle bei mir - auch bestens erreicht.

Anzumerken ist, dass somit William Oughtred als der Vater der Wurzelmethode - "Radix method" - anzusehen ist. Nach Glaisher (S. 174) stellt die Tabelle gar die erste Wiedergabe hyperbolischer Logarithmen dar.
Wie Oughtred zu seinen Logarithmen in den obigen Tabellen gekommen ist, dazu gibt es keine Hinweise.

Anhaltspunkte dazu könnten vielleicht die Annotationen (Auszug) der vorliegenden Buchkopie geben.

William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

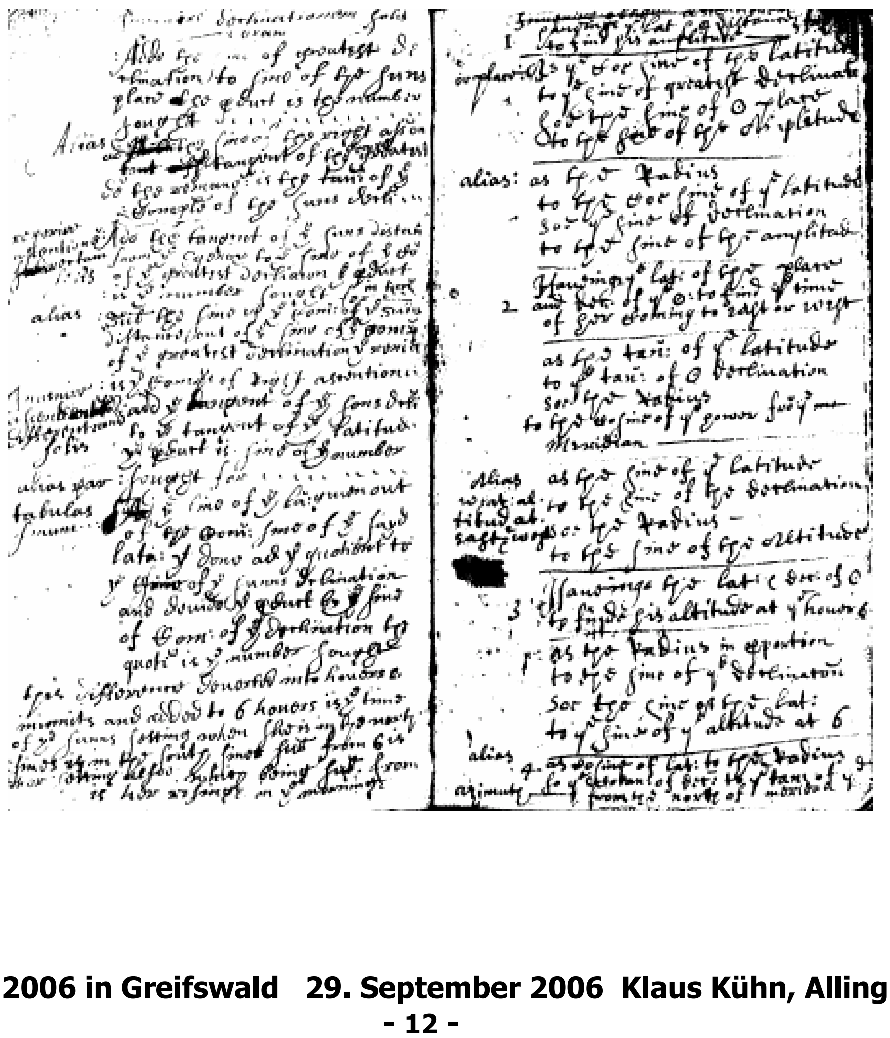
Annotationen in der vorliegenden Ausgabe von 1618.



An Appendix to the *Logarithmes, shewing* the practise of the Calculation *of Triangles, and also a new and ready way for the exact finding out of such lines and Logarithmes as are not precisely to be found in the Canons.*

What great ease is offered vnto vs in this art of Logarithmie, for the resolution of all Triangles both plaine and Sphæricall (without my speech) experience it selfe wil quickly shew to such as haue at any time beene tyred with the labourious worke of the formerly vsed tables of Triangles, I meane of *Sines, Tangents* and *Secants*. Yet into the full obtayning of the facility and readinesse that the excellent inuention of this Author may affoord vs, two things seemed vnto mee conueniently might bee added hereunto: The one is a direction for the practise of the seuerall rules of the Calculation of Triangles: The other is a perfect and readie way of finding out such Sines and Logarithmes

A 3 which



William Oughtred und die Logarithmen - William Oughtred and Logarithms

Literatur

1. J. Fischer: Napier and the Computation of Logarithms, JOS, 7(1), 11 - 16 (1998); 7(2) S. 50 (1998)
2. J.W.L. Glaisher *: The earliest use of the radix method for calculating logarithms, with historical notices relating to the contributions of Oughtred and others to mathematical notation, The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics, 46, 125-197 (1914/15)
3. K. Kühn: William Oughtred - Inventor of the Slide Rule, SR Gazette, 4, 75 - 84 (2003)
4. R. Otnes: How Briggs Computed Logarithms, JOS, 4(2), 26-27 (1995)
5. R. Otnes: The Logarithms of Joss Bürgi, JOS, 7(2), 50-51 (1998)
6. T. Sonar: Die Berechnung der Logarithmentafeln durch Napier und Briggs, IM 2004

Additional Reading:

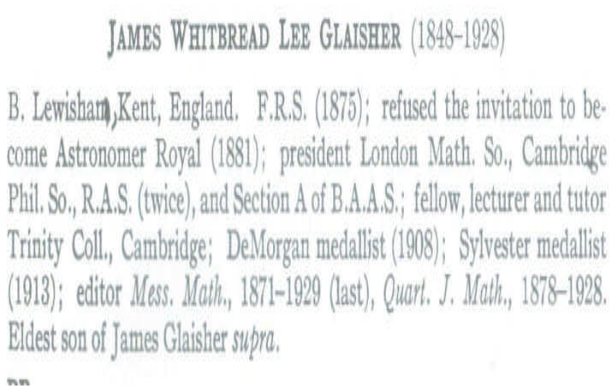
1. The History of Mathematical Tables; Ed. M. Campbell-Kelly et al., Oxford University Press 2003

2. A History of Numerical Analysis from the 16th through the 19th Century, H.H. Goldstine; Springer Verlag New York 1977

Der freundlichen Unterstützung von Karl Kleine, der mir eine Kopie des Original-Appendix besorgte, sei herzlich gedankt. Ohne diese Kopie hätte ich diesen Vortrag nicht erarbeiten können, da in Glaishers Arbeit die zitierten Appendix-Passagen in einen anderen Zusammenhang als im Original gebracht sind, was deren Verständlichkeit erschwerte.

*

Quelle:
R.C. Archibald;
Mathematical Table Makers;
Scripta Mathematica 1948



JAMES WHITBREAD LEE GLAISHER (1848–1928)

B. Lewisham, Kent, England. F.R.S. (1875); refused the invitation to become Astronomer Royal (1881); president London Math. So., Cambridge Phil. So., R.A.S. (twice), and Section A of B.A.A.S.; fellow, lecturer and tutor Trinity Coll., Cambridge; DeMorgan medallist (1908); Sylvester medallist (1913); editor *Mess. Math.*, 1871–1929 (last), *Quart. J. Math.*, 1878–1928. Eldest son of James Glaisher *supra*.

J. W. L. GLAISHER 1927