SITZUNGSBERICHTE
DER BERLINER MATHEMATISCHEN
GESELLSCHAFT

13. Jahrgang., 106. Sitzung, 26. Februar 1913, S. 8 - 29

Die Rechenmaschinen von Pascal bis zur Gegenwart, unter besonderer Berücksichtigung der Multiplikationsmechanismen.[1]

Von K. Hoecken.

Mit 8 Tafeln und 2 Fig. im Text.

Die Grundlage unserer heutigen Zahlenschreibweise, bei der wir jeder einer Stelle benachbarten Stufe einen zehnmal größeren bzw. kleineren Wert beilegen, enthält wohl das einzige absolut vollkommene System, welches der Menschengeist bisher ersonnen hat. Diese Erfindung haben wir den Indern zu verdanken, welche das Fehlen von Einheiten einer Stufe durch die Einführung eines besonderen Zeichens – der Null – ersichtlich machten. Dies hat nicht nur einen wissenschaftlichen Wert, sondern auch einen außerordentlich praktischen, denn es ermöglicht, mit denselben zehn Zeichen 0 bis 9 jede Zahl von beliebiger Größe zu bezeichnen.

Das Vorkommen der Null ist bei den Indern bereits im 4. Jahrhundert p. Chr. n. nachzuweisen, während sie im Abendlande erst im 12. Jahrhundert eingeführt wurde.

Diese heute bei allen gebildeten Völkern übliche Art des Zahlenschreibens und des damit verbundenen Ziffernrechnens hat aber nicht vermocht, die beiden mit geringen Verschiedenheiten bis dahin üblich gewesenen Arten mechanischen Rechnens, nämlich das Fingerrechnen und das Rechnen mit dem Rechenbrett der Griechen und Römer vollständig zu verdrängen. Bei fast allen asiatischen Völkern ist das Rechenbrett noch fortwährend im Gebrauch, der swan pan der Chinesen, welcher bereits 2637 v. Chr. erfunden sein soll, der Stscheta der Russen, stehen bei diesen Völkern auf jedem Ladentisch. Aus der russischen Gefangenschaft brachte Poncelet denselben dann als compteur nach Frankreich, von wo er schließlich wieder zu uns gekommen und in jeder Volksschule zu finden ist.

Noch im 17. Jahrhundert war in Europa der Gebrauch der hergebrachten mechanischen Hilfsmittel nicht nur im Unterricht, sondern auch zum ernstlichen Rechnen neben dem Ziffernrechnen üblich und die Gewöhnung an die freie Benutzung des Einmaleins keineswegs allgemein, als im Jahre 1641 der in vieler Hinsicht bahnbrechende Blaise Pascal in seinem 18. Lebensjahre die erste eigentliche

1 Literaturverzeichnis: 1. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik; — 2. R. Mehmke, Numerisches Rechnen; — 3. E. Selling, Eine neue Rechenmaschine; — 4. Karmarsch und Heeren, Technisches Wörterbuch; — 5. Die Patentschriften und Gebrauchsanweisungen.

Rechenmaschine zu konstruieren versuchte. Das Modell derselben wird noch heute in Paris aufbewahrt.

Die Gebrauchsanweisung Pascals als schließt mit den Worten:

> "Endlich, teurer Leser, bitte ich Dich, mich hoffen zu lassen, daß der bloße Gedanke, eine dritte Methode zu finden zur Ausführung aller arithmetischen Operationen, welche, völlig neu, nichts gemein hat mit den zwei gewöhnlichen Methoden der Feder und des Rechenpfennigs, Dir einige Achtung abgewinnen wird, daß Du die Absicht billigst, die ich hatte, Dir gefällig zu sein, indem ich Dir die Mühe erleichtere, und daß Du mir die Sorge danken wirst, die ich übernommen, um zu bewirken, daß alle Operationen, welche nach den bisherigen Methoden mühsam, kompliziert, langwierig und wenig sicher sind, leicht, einfach, rasch und zuverlässig werden."

Die Pascalsche Maschine gelangte nie zu ernstlicher Anwendung, da sie noch mit zu großen Mängeln behaftet war. Leibniz sagte von derselben:

> "Die Pascalsche Maschine ist immerhin ein Probestück des glücklichsten Genies, aber da sie nur die Addition und Subtraktion erleichtert, deren Schwierigkeit ohnehin nicht groß ist, dagegen die Multiplikation und Division der früheren Rechnung überläßt, so hat sie sich mehr durch ihre Feinheit bei Neugierigen als durch praktischen Nutzen bei ernst beschäftigten Leuten empfohlen."

Erst Leibniz gelang es, eine Maschine zu konstruieren, bei der sich die wesentlichen Hilfsoperationen rein automatisch vollzogen. Den ersten Versuch legte er bereits 1673 der Royal Society in London vor. 1701 schrieb er selbst:

> "Es ist ein Glück, für diese Maschine, daß ich, Gott sei Dank, ein längeres Leben gehabt habe, als ich mir versprach, sonst wäre sie mit mir begraben worden."

Er verwendete auf die Herstellung derselben etwa 20000 Reichstaler, ohne daß sie ihm so gut gelang, wie zu wünschen war. Es wurden nur wenige Maschinen seiner Konstruktion gebaut. Eine davon wird in der Kgl. Bibliothek zu Hannover aufbewahrt (Fig. 1).

Es gebührt ihm aber unbestritten das Verdienst, der Erfinder der Stufen- oder Staffelwalze zu sein, welche wir später noch näher kennenlernen werden.

Derjenige, welcher zuerst einen vollen Erfolg mit einer von ihm erfundenen Rechenmaschine erzielte, war der württembergische Pfarrer Philipp Matthäus Hahn in Kornwestheim bei Stuttgart. Die erste seiner Maschinen wurde 1770 bis 1774 hergestellt und 1779 zuerst im deutschen Merkur öffentlich beschrieben. Er hat im ganzen vier Maschinen gemacht, von denen die letzte durch seinen Sohn, Hofmechaniker in Stuttgart, 1809 fertiggestellt worden ist. Sie ist noch in vollständig gutem Zustande erhalten (Fig. 2).

Die Wirkungsweise der Hahnschen Maschine ist im wesentlichen dieselbe wie bei der Leibnizschen; im Gegensatz zu dieser sind aber die Stellen im Kreise angeordnet.

Ich übergehe hier die Konstruktiouseinzelheiten dieser beiden Maschinen, weil ihre Hauptelemente bei der später zu beschreibenden Thomasmaschine noch eingehend betrachtet werden.

Unerwähnt mochte ich an dieser Stelle nicht die Bestrebungen des englischen Privatgelehrten Babbage lassen, welcher 1821 den Bau einer Differenzenmaschine in Angriff nahm, die zur Herstellung von Zahlentafeln dienen sollte. Er erhielt von der Regierung einen Zuschuß von 17 000 £, ohne daß ihm die vollständige Fertigstellung gelungen wäre. Erst die Schweden Scheutz, Vater und Sohn, erreichten es, diese Aufgabe zu lösen, und zwar in so vollkommener Weise, daß die Maschine die Tafelwerte nicht nur berechnete, sondern auch druckfertig setzte. Sie bestand aus 4320 Stücken, und ihr Gewicht betrug l0 engl. Zentner. Die einzige 15 stellige Maschine dieser Art wurde vom amerikanischen Staate gekauft, ist aber leider beim Brande des Gebäudes, in dem sie untergebracht worden war, ein Raub der Flammen geworden.

Ungefähr zu derselben Zeit hatte sich dann in Frankreich die Rechenmaschine des Elsässers Thomas aus Colmar verbreitet. Sie wurde 1820 patentiert und gelangte auf der Pariser Weltausstellung 1855 zu voller Anerkennung. Die vielseitigen Beziehungen des Erfinders zu den ersten Technikern und Gelehrten seiner Zeit, wie auch die bedeutenden Mittel, welche ihm zur Verfügung standen, mußten im Laufe der Zeit eine Anordnung schaffen, an der nur noch unwesentliche Verbesserungen möglich scheinen. Der Umstand, daß man für diese wirklich brauchbare Maschine auf die Bezugsquelle in Paris angewiesen war, erschwerte neben dem hohen Preise ihre schnelle Verbreitung, bis im Jahre 1876 der Ingenieur Dietzschold die Fabrikation in Glashütte übernahm. Diese Werkstatt ging bald darauf auf den Ingenieur Burkhardt über, in dessen Besitz sie sich noch heute befindet.

Hiermit sind wir am Schlüsse der in großen Zügen wiedergegebenen historischen Betrachtungen angelangt.

Bevor wir uns nun mit den einzelnen modernen Maschinen näher befassen, muß ich noch einige Bemerkungen allgemeiner Art, die das Verständnis des Folgenden erleichtern, vorausschicken.

Alle Rechenmaschinen lassen sich zunächst in zwei Hauptklassen teilen, je nachdem sie in der Hauptsache zur Addition und Subtraktion oder aber zur Multiplikation und Division verwendet werden sollen. Sowohl die äußere Form wie die inneren Einrichtungen sind bei diesen beiden Gruppen wesentlich voneinander verschieden. Jede dieser Hauptklassen läßt sich dann wieder nach den verschiedensten Gesichtspunkten in Untergruppen zerlegen. Die nachfolgende Zusammenstellung umfaßt hauptsächlich nur diejenigen Maschinen und Typen, welche eine praktische Bedeutung erlangt haben, während die Zahl der patentamtlich bekanntgewordenen Erfindungen auf diesem Gebiet wesentlich größer ist (über 800).

Addiermaschinen.

A. Ohne Druckwerk.
  I. mit einem Satz Tasten: Mercedes.
  II. mit mehreren Sätzen Tasten: Comptometer.
B. Mit Druckwerk.
  I. mit einem Satz Tasten: Dalton (Fig. 4).
  II. mit mehreren Sätzen Tasten: Burrough (Fig. 5), Comptograph, Wales.

Multipliziermaschinen.

A. Nach dem Additionsprinzip.
  [Beispiel: 137 x 24 = (137 + 137 + 137 + 137) + (1370 + 1370) = 3288. Für jede Stelle des Multiplikators durchschnittlich 5 Kurbeldrehungen.]
  I. Mit Stufenwalzen (Leibniz 1673):

Stellenanordnung geradlinig.

a) *System Thomas* (Thomas 1820).
  1. mit mehreren Stufenwalzen und einseitiger Kurbeldrehrichtung, sowie Umschalter für +× und −:

α) ohne Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk.
Arithmometer (Burkhardt, Glashütte 1878) (Fig. 3).
Tim (Spitz & Co., Berlin)
Unitas (Spitz & Co., Berlin) mit 2 Resultatwerken (Fig. 9).
X x X (Seidel & Naumann, Dresden)
ferner Austria, Bunzel-Delton, Peerless, Saxonia.
β) mit Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk.
Archimedes (Pöthig, Glashütte) (Fig. 8).
Bunzel-Delton.
2. mit mehreren Stufenwalzen und doppelseitiger Drehrichtung der Kurbel für $+\times$ und $-:$, sowie Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk.
Bunzel-Delton, mit einem und zwei Resultatwerken.
b) System mit abgewickelter Stufenwalze (Hamann, Friedenau 1911).

Stellenanordnung kreisförmig.
c) *System Hahn* (Hahn 1770) mit mehreren Stufenwalzen (Fig. 2).
d) *System Haack* (1900) mit einer Stufenwalze.
e) *System Hamann* (1905) mit abgewickelter Stufenwalze, Gauß.
II. Mit Rädern mit veränderlicher Zähnezahl (Leibniz?):
a. Odhner (Odhner, Petersburg 1878).
b. Triumphator (Boleslaus Benas, Berlin) mit einem und zwei Einstell- und Resultatwerken, sowie Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk (Fig. 12 u. 13).
c. Thales, Landau.
d. Brunsviga (Grimme, Natalis, Braunschweig 1892) mit Einstellhebeln.
III. Mit Zahnstangen, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit bewegen:
Euklid (Hamann, Friedeuau 1906) mit Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk, selbsttätiger Bewegung des Resultatwerkes und automatischer Division (Fig. 15).
Hermes (Benno Knecht, Berlin).
(Rechnitzer, Wien) mit Tasten für beide Faktoren.
B. Beine Multiplikationsmaschinen.
[Beispiel: 137 x 24 = 548 + 2740 = 2388. Für jede Stelle des Multiplikators eine Umdrehung der Kurbel]
I. Systeme beruhend auf Zahnstangenverschiebunngen, welche den Produkten des kleinen Einmaleins proportional sind.
(Bisher ohne befriedigende Lösung.)
Mit Nürnberger Scheren:
Selling 1886 (Max Ott, Würzburg) mit Tasteneinstellung und stetiger Zehnerübertragung.
II. Mit Multiplikationskörpern (Bollee 1888):
Machine à calculer (Bollee, Belgien).
Millionär (Steiger & Egli, Zürich 1892) mit automatischer Verschiebung des Resultatwerkes (Fig. 17 u. 18).
III. Elektrische Rechenmaschine (Selling 1894).

Wenn im folgenden auch in der Hauptsache nur die Wirkungsweise der Multipliziermaschine beschrieben werden soll, so sind der Vollständigkeit halber doch die Additionsmaschinen in ihren gangbarsten Typen mit angeführt, und zum Teil abgebildet, ohne daß wir auf ihre Wirkungsweise näher eingehen.

Fast alle Multiplikationsmaschinen zeigen in drei Teilen, welche Einstellwerk, Umdrehungszählwerk und Resultatwerk genannt werden und verschiedenartig angeordnet sind, drei durch die Gleichung $a \cdot b = c$ verbundene Zahlen, von denen der Multiplikand a im Einstellwerk erscheint und der Multiplikator b in das Umdrehungszählwerk hineingekurbelt wird, wodurch dann das gesuchte Produkt c im Resultatwerk erscheint. Da die Gleichung $a \cdot b = c$ identisch ist mit $\frac{c}{a} = b$, so kann also auch die Zahl im Resultatwerk als Dividend und diejenige im Einstellwerk als Divisor angesehen werden, während die Zahl im Umdrehungszählwerk den gesuchten Quotient angibt. Die Maschine leistet also Multiplikationen und Divisionen und damit auch alle durch diese Operationen ausführbaren Rechnungen. Wählt man den Multiplikator bezw. Divisor stets gleich der Einheit, so gehen die genannten Operationen in Addition und Subtraktion über.

Die Konstruktion und Wirkungsweise der genannten drei Hauptteile der Multiplikationsmaschinen des Einstellwerkes, des Umdrehungs- oder Quotientenzählwerkes und des Resultatwerkes soll nun an einigen Beispielen näher erläutert werden. Die äußeren Teile des Einstellwerkes sind bei fast allen Maschinen dieselben und bestehen für jede Stelle aus einem Schieber, der mit einem Knopf oder Griff zum Anfassen versehen und in einem Schlitz der Deckplatte verschiebbar ist. An der linken Seite jedes Schlitzes stehen die Ziffern 0 bis 9, auf die der seitlich mit einem Index oder Spitze versehene Schieber je nach dem Stellenwert des Multiplikanden oder Divisors eingestellt wird. Bei vielen Maschinen ist neben oder an einem Ende jedes Schlitzes ein Schauloch vorgesehen, in welchem die jeweils mit dem Schieber eingestellte Zahl zur Kontrolle für die richtige Einstellung sichtbar wird. Unterhalb der die Schlitze tragenden Deckplatte befinden sich dann Schaltmechanismen, welche, durch die Kurbeldrehung in Bewegung versetzt, den mit den Deckschiebern eingestellten Wert auf das Zählwerk übertragen. Wird bei dieser Übertragung in irgendeinem Schauloch des Zählwerkes der Übergang der Ziffern von 9 auf 0 oder umgekehrt notwendig, so ist ferner ein Mechanismus erforderlich, welcher in diesen Fällen die nächstliegende Stelle um eine Einheit erhöht oder erniedrigt. Diese sogenannte Zehnerübertragung ist der wichtigste und konstruktiv schwierigste Teil aller Zählwerke und zurzeit in der denkbar vollkommensten Form praktisch noch nicht gelöst. Das Zählwerk kann oberhalb oder unterhalb des Einstellwerkes angeordnet sein; in jedem Falle ist aber erforderlich, daß es gegen dieses verschiebbar ist, um beim Rechnen mit mehrstelligen Zahlen eine Einwirkung der Mechanismen in verschiedenen Dekaden aufeinander zu ermöglichen. Die in jeder Stellung gemachten Kurbeldrehungen, welche den Ziffernwerten des Multiplikators bezw. Quotienten entsprechen, registrieren sich dann in den Schaulöchern des Umdrehungszählwerkes. Es lassen sich nun die verschiedensten Mittel anwenden, um die geschilderten Vorgänge auf mechanischem Wege und rein automatisch zu erreichen. Wir wollen zunächst an der ältesten Konstruktion dieser Art, der sogenannten Thomasmaschine, die erforderlichen Einrichtungen näher kennen lernen.

In Fig. 6 sind die wesentlichen Teile des Einstell- und Zählwerkes zu erkennen. Fig. 7 ist ein zweistelliges Modell, bei dem die Deckplatte entfernt und das Zählwerk hochgeklappt ist. In Fig. 6 ist zunächst unten rechts die von Leibmz erdachte Stufenwalze in perspektivischer Ansicht dargestellt. Es ist ein Zylinder, auf dessen Mantel 9 Zähne von zunehmender Länge derart angeordnet sind, daß die Zähne etwa 1/4 des Umfanges einnehmen. Für jede Stelle des Einstellwerkes ist eine derartige Walze (1) vorgesehen und auf einer Vierkantachse befestigt. Sämtliche Achsen werden vermittels der Kegelräderpaare (2) von der Welle (3) aus durch eine Handkurbel angetrieben. Entsprechend dem rechtsläufigen Drehsinne der Kurbel drehen sich die Stufenwalzen dann so, daß der Einerzahn zuletzt zum Eingriff kommt. Über diesen Walzen dicht an der Deckplatte ist in jeder Stelle eine Vierkantachse vorgesehen, auf welcher ein zehnzähniger Zahntrieb (4) verschiebbar ist der mit den Zähnen der Walze kämmt. Jeder Trieb wird nun von einem gabelförmigen Fortsatz des darüber befindlichen Schiebers in der Einstellplatte erfaßt und gleichzeitig mit diesem bewegt. Es ist somit einleuchtend daß der Trieb je nach der Stellung, welche er durch das Einstellen erhalten hat bei einer Drehung der Walze um so viele Zähne weitergedreht wird, wie die Walze in der betreffenden Einstellebene trägt. Dieselbe Drehung erfährt also auch die Vierkantachse, welche den Trieb trägt, und mit ihr das Kegelräderpaar (7) welches seinerseits wiederum verschiebbar auf dieser Achse ist. Durch diese Verschiebung ist es nun möglich, die Drehung der Vierkantachse auf die vertikale Achse (8), welche an ihrem oberen Ende die Ziffernscheibe trägt, in dem einen oder andern Sinne zu übertragen. In der in Fig. 6 dargestellten Stellung wird die Ziffernscheibe sich im positiven Sinne drehen, d. h. die Ziffern werden in einem darüber gedachten Schauloch in steigender Reihenfolge erscheinen während durch eine seitliche Verschiebung des Kegelräderpaares der Eingriff derselben so erfolgt, daß die Ziffern in fallender Reihenfolge erscheinen. In jedem Falle wird nun bei dem Übergang von 9 auf 0 oder 0 auf 9 die Achse (H) eine Umdrehung vollenden, und der an ihr befestigte Finger (9) das nasenartige Ende des Hebels (10) nach hinten drücken. Der Hebel (10) wirkt seinerseits wieder auf das eine Ende des in der Mitte drehbar gelagerten Hebels (11), dessen unteres Ende gabelförmig gestaltet ist und mit dieser Gabel in eine Einkerbung der Schubstange (12) eingreift. Letztere wird durch geeignete Federn in ihrer jeweiligen Stellung fixiert und trägt am hinteren Ende eine Gabel (13), welche den Einzahn (14), der auf der Vierkantachse der Stufenwalze in der nächstfolgenden Stelle ebenfalls verschiebbar sitzt entsprechend der Bewegung der Stange (12) verstellt. In der Normalstellung also so lange zwischen (9) und (10) keine Berührung stattfindet, liegt die Ebene in welcher sich der Einzahn (14) dreht, hinter der Ebene des Triebes (15) der auf der Einstellachse der nächst höheren Stelle befestigt ist sodaß bei seiner Drehung kein Eingriff in dieses Rad erfolgt. Ist aber die Stange (12) nach vorne verschoben, so wird der Zahn (14) bei seiner Drehung in die Zähne von (15) eingreifen und dadurch die Einstellachse der nächst höheren Stelle um ein Zehntel weiterdrehen, was eine Erhöhung bezw. Erniedrigung der folgenden Stelle um eine Einheit zur Folge hat.

Neben diesen für die Rechnung und Zehnerübertragung absolut notwendigen Teilen müssen nun noch Einrichtungen vorgesehen sein, welche ein Überschleudern der rotierenden Teile bei schneller Kurbeldrehung verhindern und auch alle ausgerückten Teile wieder in die normale Lage zurückführen. Wenn die Walze mit ihrem letzten Zahn den Trieb (4) verlassen hat, so wird bei schneller Betätigung der Maschine der Trieb (4) die Tendenz haben, sich noch weiter zu drehen. Dies wird durch den Eingriff der entsprechend gestalteten Bremsscheiben (5 und 6) verhindert. Nach erfolgter Zehnerübertragung wird ferner durch eine an der Buchse des Einzahnes (14) angebrachte Schraubenfläche, die an einem am Maschinengestell befestigten Stift zurückgleitet, die Stange (12) wieder nach hinten geschoben, und dadurch werden auch die Hebel (11) und (10) wieder in ihre Anfangslage gebracht.

Da nun sowohl der jeweilige Stellenwert, als auch die Zehnerüberträge durch Vermittlung der Einstellachsen, also ein und derselben Organe, auf die Ziffernscheiben erfolgen, so ist es klar, daß diese beiden Bewegungen nacheinander erfolgen müssen. Aus diesem Grunde ist der Umfang der Stufenwalzen wesentlich größer gewählt, als er zur Unterbringung der neun Zähne zu sein brauchte. Erst während des dadurch erreichten Leerganges der Walzen erfolgt der ev. Eingriff von (14) und (15) und die dadurch bedingte Zusatzdrehung der folgenden Einstellachse. Nun kann aber eine Zehnerübertragung, wenn in der nächsten Stelle bereits eine 9 im Schauloch steht, wiederum eine Zehnerübertragung auslösen. Aus diesem Grunde dürfen auch die Zehnerübertragungen an sich nicht gleichzeitig erfolgen, sondern nacheinander in der Richtung von rechts nach links. Dies wird im vorliegenden Falle dadurch erreicht, daß die Stufenwalzen im Einstellwerk so eingesetzt sind, daß in jeder folgenden Stelle die Walze um eine Zahnteilung gegen die vorhergehende zurücksteht, wenn die Kurbel sich in ihrer Ruhelage befindet.

Die Achsen (8), welche die Ziffernscheiben tragen, sind nun nicht direkt im Maschinengehäuse mit den übrigen Teilen zusammengelagert, sondern in einem deckelartig aufklappbaren Schlitten (Fig. 7 oberer Teil), welcher auf einer Klappachse verschiebbar ist, sodaß durch eine Verschiebung des Schlittens von Stelle zu Stelle der Reihe nach die Einstellachsen mit den Ziffernscheiben des Zählwerkes zum Eingriff gebracht werden können.

Außer diesen beschriebenen und aus den Figuren klar zu erkennenden Mechanismen sind nun noch eine Reihe von Einrichtungen vorhanden, welche zur Erlangung eines richtigen Resultates nicht unbedingt erforderlich sind, aber die Handhabung der Maschine wesentlich erleichtern. In erster Linie gehören hierzu die Löschvorrichtungen, welche durch einen Hebelzug sämtliche Ziffern einer Schaulochreihe zum Verschwinden bringen. Ferner sind zum Schutze des Mechanismus gegen unrichtige Benutzung der Umschaltorgane Sicherungen angebracht, welche ein Umschalten nur zulassen, wenn die Antriebskurbel in ihrer Ruhelage steht, denn es ist selbstredend, daß ein Umschalten während eines Rechnungsganges nicht nur ein unrichtiges Resultat, sondern auch Beschädigung einzelner Teile zur Folge haben kann.

Aus der hier beschriebenen Anordnung des Schalt- oder Einstellwerkes geht ferner hervor, daß eine Zehnerübertragung nur in denjenigen Stellen des Zählwerkes erfolgen wird, denen Stellen des Schaltwerkes gegenüberstehen. Es ist dies natürlich ein Mangel der Konstruktion, der dadurch behoben werden kann, daß man im Schaltwerk noch eine Anzahl sogenannter blinder Stellen einbaut, welche keine Einstellorgane, sondern nur den Zehnerschaltmechanismus tragen. Im allgemeinen wird dies aber bei Thomasmaschinen nicht gemacht, sondern es wird ein Glockenzeichen vorgesehen, welches ertönt, sobald eine Zehnerübertragung erforderlich wird, welche die Maschine nicht mehr automatisch schalten kann; dieselbe ist dann von Hand an besonderen Stellknöpfen in der betreffenden Stelle nachzustellen.

In dem vorhin erwähnten aufklappbaren und verschiebbaren Schlitten befindet sich unter der Schaulochreihe des Resultatwerkes noch eine zweite für das Kurbeldrehungszählwerk. Bei den meisten Thomasmaschinen ist nun in diesem Zählwerk überhaupt keine Zehnerübertragung vorgesehen, da, abgesehen von konstruktiven Schwierigkeiten, ein unbedingtes Bedürfnis zunächst nicht vorlag.

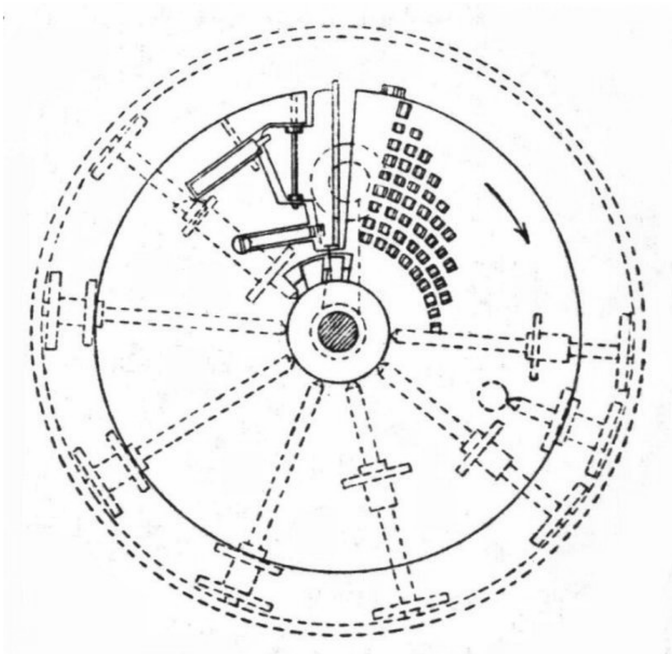
Wenn die Maschine in der vorstehend beschriebenen Form auch für die Ausführung der meisten Rechnungen ausreicht, so ist es doch nicht möglich, mit ihrer Hilfe Aufgaben von der Form

$$s = ab \pm cd \pm ef \pm gh \pm \ldots$$

in der Weise zu lösen, daß außer der Summe *s* auch die Werte der einzelnen Produkte *ab, cd* etc. ersichtlich werden. Diese Forderung wird z. B. bei einem großen Teile kaufmännischer Rechnungen gestellt. Mit Hilfe der Rechenmaschine läßt sie sich aber nur erfüllen, wenn dieselbe mit einem weiteren Resultatwerk versehen wird, welches unabhängig von dem ersten gesteuert und gelöscht werden kann. In Fig. 9 ist eine solche Maschine dargestellt. Die beiden Zählwerke werden dabei von ein und demselben Schaltwerk angetrieben, können aber unabhängig voneinander durch entsprechende Schaltorgane in gleicher oder entgegengesetzter Richtung betätigt werden.

Die bereits im historischen Teile erwähnte Hahnsche Maschine unterscheidet sich nun von der bisher beschriebenen im wesentlichen nur dadurch, daß die Stellen nicht geradlinig nebeneinander, sondern kreisförmig angeordnet sind, wodurch die räumliche Ausdehnung der Maschine nicht unerheblich verringert wird. Durch die damit aber auch notwendig verbundene kreisförmige Anordnung der Schaulöcher wird die Unübersichtlichkeit der Maschine so sehr erhöht, daß diese Form keinen praktischen Erfolg erzielt hat. Die kreisförmige Anordnung des Zählwerks legt nun den weiteren Gedanken nahe, das sich in jeder Stelle wiederholende Schaltorgan, nämlich die Stufenwalze, durch eine einzige zu ersetzen, welche sich um die mittlere Hauptachse der Maschine dreht.

Eine noch weitergehende Vereinfachung dieses von Haack stammenden Gedankens ist von Hamann in der “Gauß” verwirklicht worden, indem er die Zählwerkachsen nicht mehr als Mantellinien eines Zylinders anordnete, sondern dieselben radial von einem Punkte ausgehend in eine Ebene legte und das scheibenförmige Schaltorgan in Gestalt einer abgewickelten Stufenwalze konzentrisch dazu dreht (s. vorst. Figur).



Diese Anordnung, welche wohl ein Minimum von Raum beansprucht, leidet aber an demselben Übelstande der Unübersichtlichkeit und vermochte sich auch nicht einzuführen.

Wir kommen nun zu einer anderen Konstruktion der Schaltorgane, welche vermutlich ebenfalls von Leibniz herrührt und zum ersten Male von Odhner praktisch verwendet wurde. Es sind dies radartige Gebilde mit veränderlicher Zähnezahl. In Fig. 11a

u. 11b ist ein solches Element, von beiden Seiten gesehen, dargestellt. Auf einem Teile des Umfanges eines scheibenförmigen Körpers sind neun Zähne angeordnet, welche in radial eingefrästen Nuten verschiebbar sind. Am hinteren (radial einwärts) Ende tragen diese Zähne einen Ansatz, welcher in einer um den Mittelpunkt des Körpers drehbaren Kurvenscheibe geführt ist. Die Kurve besteht aus zwei gegeneinander versetzten, konzentrischen Kreisringausschnitten, die an der Vereinigungsstelle schräg ineinander übergehen. Hierdurch wird erreicht, daß beim Drehen der Kurvenscheibe die Zähne an der Übergangsstelle der Kurven je nach der Drehrichtung nach außen gedrängt oder zurückgezogen werden. Auf diese Weise ist es möglich, den Umfang des Radkörpers mit einer der Einstellung der Kurvenscheibe entsprechenden Zähnezahl zu versehen, welche dann beim Umlauf des Rades um seine Achse in dem entsprechend gelagerten Zählwerk die eingestellte Zahl überträgt. Die Einstellung der Kurvenscheiben geschieht an den durch die Deckplatte der Maschine herausragenden radialen Vorsätzen von Hand. Auch bei dieser Anordnung ist es erforderlich, die Zähne nur auf einem Teile des Umfanges unterzubringen und den weit größeren freien Gang für die Ausführung der Zehnerübertragung zu benutzen. Die Mechanismen, welche hierzu verwendet werden, sind von den bisher beschriebenen erheblich verschieden. Mit Rücksicht auf den beschränkten Umfang des Vortrages müssen wir uns eine eingehendere Beschreibung aber versagen. Die scheibenförmige Anordnung der Einstellorgane hat gegenüber der bisher beschriebenen Stufenwalze den Vorteil, daß die Stellenbreite der Maschine erheblich geringer und somit die Schaulochreihe wesentlich übersichtlicher wird. Im ersteren Falle beträgt sie 21 bis 31 mm, während sie hier auf 11 mm sinkt, sodaß also bei derselben Stellenzahl ein Zählwerk des Odhnertyps etwa halb so lang ist wie bei einer Thomasmaschine. Dieser Vorteil wird aber durch eine Reihe von Nachteilen wieder eingeschränkt. Der größere Arbeitsradius der Scheibenräder gegenüber dem der Walze bedingt im Verein mit der schlechten Zahnform und dem unkorrekten Eingriff einen größeren Kraftaufwand beim Antriebe, wesentlich stärkeres Geräusch, schnellere Abnutzung und die Gefahr des Überschleuderns. Auch ist die Möglichkeit der Anbringung eines doppelten Zählwerkes im obigen Sinne nicht gegeben. Statt dessen hat man aber zwei vollständige Maschinen nebeneinander gebaut, bei denen nur das Umdrehungszählwerk gemeinschaftlich ist. Diese Duplexmaschinen (Fig. 13) sind zwar etwas schwer, gewähren aber eine Reihe von Rechenvorteilen, die man auf eine andere Weise nicht zu erzielen vermag. Alle gangbaren Maschinen dieser Art sind mechanisch noch ziemlich schlecht gearbeitet im Gegensatz zu den meisten Thomasmaschinen.

Eine dritte Art, die Schaltorgane auszugestalten, ist in der Euklidmaschine verwirklicht. Unter den Einstellrädern der Deckplatte liegen zehn parallele Zahnstangen, welche verschieden große Wege zurücklegen, entsprechend den Zahlen 0 bis 9. In Fig. 14a u. 14b sind die wesentlichsten Einrichtungen hierzu skizziert. Die Zahnstangen, welche in ihrer Längsrichtung verschiebbar sind, tragen an ihrer unteren Seite ein drehbares Gleitstück, welches in dem Schlitz eines um einen seiner Endpunkte drehbaren Hebels gelagert ist. Dieser Hebel selbst wird vermittels einer Bleuelstange von der Kurbel aus in eine schwingende Bewegung versetzt. In der Ruhelage der Kurbel steht der Hebel senkrecht zu den Zahnstangen. Nach der ersten halben Kurbeldrehung ist er am weitesten nach rechts ausgeschwungen; infolgedessen werden die von den Zahnstangen zurückgelegten Wege proportional ihrer Entfernung vom Drehpunkte des Hebels sein. Die erste, welche durch den Drehpunkt selbst geht, bewegt sich somit überhaupt nicht, der zurückgelegte Weg ist also 0, während die am äußersten Ende angelenkte 9 Wegeinheiten macht. Sind daher mit den Einstellrädern die Ziffern 0097 605 wie in der Figur eingestellt, so werden diese Zahlen nach der ersten Hälfte der Kurbeldrehung in den

Schaulöchern des Zählwerkes addiert. Während der zweiten Hälfte der Kurbeldrehung gehen die Zahnstangen wieder in ihre normale Lage zurück, jedoch werden die Schaltwerkachsen vorher von den Achsen des Zählwerkes entkuppelt, so daß der in das Zählwerk eingeführte Betrag nicht wieder abgezogen wird. Der Mechanismus hierzu sowie die ziemlich komplizierte Zehnerschaltung, welche ebenfalls in der zweiten Hälfte der Kurbeldrehung vor sich geht, soll hier nicht näher beschrieben werden. Es sei nur bemerkt, daß die verwendete Zehnerübertragung eine einseitig wirkende ist, d. h. daß sie nur im positiven Sinne arbeitet. Um aber dennoch mit der Maschine eine Subtraktion und somit auch Divison ausführen zu können, ist folgende Einrichtung getroffen, welche eine mechanische Verkörperung des bereits von Gerbert (940—1003), dem späteren Papste Silvester II. eingeführten Rechnens mit komplementären Zahlen ist. Durch einen geeigneten Umschaltmechanismus kann der Drehpunkt, um welchen der die Zahnstangen bewegende Hebel schwingt, auch an dessen unteren Endpunkt verlegt werden. Die Folge davon ist, daß, wie aus der unteren Fig. 14 b zu ersehen ist, die Zahnstangen Wege zurücklegen, welche die Komplemente (Ergänzungen zu 9) der mit den Einstellschiebern eingestellten Ziffern sind. Nach der ersten halben Kurbeldrehung wird somit im Zählwerk statt der eingestellten Zahl 0 097 605 die Zahl 9 902 394 addiert. Sei nun z.B. die Aufgabe zu rechnen:

$$\begin{array}{r} 384\,923 \\ -\;97\,605 \\ \hline 287\,318 \end{array}$$

so wäre auf diese Weise zu der im Zählwerk vorher eingestellten Zahl 384 923 das Komplement ...9 902 394 addiert worden, was ja bei der nur positiv wirkenden Zehnerschaltung möglich ist. Das Ergebnis würde dann sein:

$$\begin{array}{r} 384\,923 \\ +\;...9\,902\,394 \\ \hline 287317 \end{array}$$

Um dieses in den richtigen Betrag 287 318 überzuführen, muß in der letzten Stelle noch eine Einheit addiert werden. Dies wird dadurch automatisch bewirkt, daß vor der ersten Stelle rechts noch eine blinde Achse liegt, welche jedesmal bei der Schaltung auf Subtraktionen eine volle Umdrehung macht und somit eine Zehnübertragung in der ersten Stelle auslöst. Infolge dieser Einrichtung kann die Maschine nicht nur Subtraktionen, sondern auch Divisionen ausführen. Durch besondere Einrichtungen wie die automatische Verschiebung des Zählerwerkes und die Kurbelsperrung kann die Division sogar vollkommen automatisch ausgeführt werden.

Der mathematische Vorgang, welcher sich dabei abspielt, läßt sich folgendermaßen wiedergeben (vgl. die Gebrauchsanweisung):

Angenommen die Division von $\frac{p}{q}$ ergebe im Quotienten die erste Ziffer a und den Rest $0 < r_a < q \cdot 10^n$ usw., dann kann man setzen:

$$(1) \qquad \frac{p}{q} = a \cdot 10^n + \frac{r_a}{q},$$

$$(2) \qquad \frac{r_a}{q} = b \cdot 10^{n-1} + \frac{r_b}{q},$$

$$(3) \qquad \frac{p}{q} = a \cdot 10^n + b \cdot 10^{n-1} + \frac{r_b}{q}.$$

Der Gleichung (1) läßt sich nun folgende Form geben:

$$(1a) \qquad \frac{p}{q} = (a+1)\,10^n + \frac{r_a - q \cdot 10^n}{q};$$

hierin ist $r_a - q \cdot 10^n$ eine negative Größe.

Da nun nach Gleichung (2):

$$(2a) \qquad \frac{r_a - q \cdot 10^n}{q} = -\,(10 - b)\,10^{n-1} + \frac{r_b}{q},$$

so ergibt sich identisch mit Gleichung (3):

$$(3a) \qquad \frac{p}{q} = (a+1)\,10^n - (10 - b)\,10^{n-1} + \frac{r_b}{q}.$$

Die Gleichungen (1a), (2a), (3a) enthalten den mathematischen Ausdruck für die rechnerischen Vorgänge bei der automatischen Division.

Zunächst wird (a + 1) mal gedreht, wobei der Hebel des Schaltwerkes auf Subtraktion, der Hebel des Umdrehungswerkes auf Addition steht. In den Schaulöchern des Dividenden ist dadurch die dekadische Ergänzung des negativen Restes $r_a - q \bullet 10^n$ sichtbar geworden. Schaltet man nun beide Hebel um, so wird nach dem Weiterrücken des Schlittens nach links der negative Rest $r_a - q \bullet 10^n$ durch $(10 - b)$ Umdrehung der Kurbel in den positiven Rest r_b übergeführt.

Im Quotienten findet sich die Zahl

$$(a+1)10^n - (10-b)10^{n-1} = a \cdot 10^n + b \cdot 10^{n-1}$$

im Dividenden der Rest r_b. Von hier ab wiederholt sich stets der gleiche Vorgang.

Die automatische Division vollzieht sich also derart, daß für die erste Stelle des Quotienten einmal zu viel und für die folgende Stelle die dekadische Ergänzung gekurbelt wird.

Es drängt sich nun unwillkürlich die Frage auf, in welchem Verhältnis die Gesamtzahl der für ein Beispiel nach dieser Methode durchschnittlich erforderlichen Kurbeldrehungen zu der Zahl der bei gewöhnlicher Division benötigten Kurbeldrehungen steht.

Um diese Frage zu beantworten, ist es nur erforderlich, für die Differenz der beiden verschiedenen Kurbeldrehungszahlen einen mathematischen Ausdruck zu finden, welcher naturgemäß von den einzelnen Ziffernwerten der Stellen des Quotienten abhängig sein muß. Für die nun folgende Betrachtung soll vorausgesetzt werden, daß die Maschine ganz ausgenutzt wird, d. h. daß der Quotient entsprechend der vorhandenen Schaulochzahl auf 8 Stellen berechnet werden soll. Um möglichst viele Ziffern zu erhalten, ist es dabei zweckmäßig, den Dividenden und Divisor derart einzustellen, daß im ersten Schauloch mindestens eine 1 erscheint.

Der kleinste auf diese Weise mögliche Quotient ist dann 10 000 000 = 10^7 und der größte 99 999 999 = $10^8 - 1$. Die Zahl der sämtlichen möglichen Quotienten ist daher $= 9 \cdot 10^7$.

Bezeichnen wir nun die Ziffern in den 8 Schaulöchern des Quotientenzählwerkes der Reihe nach mit den Buchstaben *a* bis *h*, wie folgt

$a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \quad g \quad h$

so berechnet sich nach dem Vorstehenden die für die automatische Division erforderliche Kurbeldrehungszahl k_a folgendermaßen:

$$\begin{aligned} k_a &= (a+1) + (10-b) + (c+1) + (10-d) + (e+1) \\ &\quad + (10-f) + (g+1) + (10-h), \end{aligned}$$

oder

$$k_a = a - b + c - d + e - f + g - h + 44. \tag{4}$$

Dagegen ist die Zahl k_g bei gewöhnlicher Division, also direkter Kurbeldrehung jedes Stellenwertes, einfach gleich der Quersumme des Quotienten, mithin

$$k_g = a + b + c + d + e + f + g + h. \tag{5}$$

Bezeichnet man nun die Differenz dieser beiden Ausdrücke $k_a - k_g$ mit *X*, so ist *X* diejenige Anzahl Kurbeldrehungen, die man zu viel oder zu wenig macht, wenn man das automatische Verfahren anwendet.

Es wird also

$$\begin{aligned} X &= a - b + c - d + e - f + g - h + 44 \\ &\quad - (a + b + c + d + e + f + g + h), \end{aligned}$$

oder

$$X = 44 - 2 \cdot (b + d + f + h). \tag{6}$$

Hieraus ergibt sich zunächst die bemerkenswerte Tatsache, daß der Wert von *X* nur von dem Ziffernwert der geraden Stellen *b, d, f, h* des Quotienten abhängt, während die ungeraden *a, c, e, g* ohne Einfluß bleiben. Ferner ersieht man, daß *X* je nach der Größe der Quersumme $b + d + f + h$ alle geraden Zahlen von –28 bis +44 durchlaufen kann. Das heißt, im günstigsten Falle, wenn diese Quersumme $b + d + f + h = 4 \cdot 9 = 36$

ist, hat man 28 Kurbeldrehungen weniger als bei gewöhnlicher Division zu machen, während im ungünstigsten Falle, wenn die Quersumme $b + d + f + h = 0$ ist, 44 Kurbeldrehungen mehr zu machen sind.

Da somit die Zahl X in den ungünstigsten Fällen einen größeren Wert annehmen kann als in den günstigsten, so ist daraus zu schließen, daß durchschnittlich bei der Anwendung der automatischen Division eine höhere Kurbeldrehungszahl als auf gewöhnlichem Wege erforderlich sein wird.

Da nun die zahlenmäßige Fixierung dieser Behauptung aber von dem wahrscheinlichsten Werte von X abhängt, so ist es notwendig, eine Untersuchung darüber anzustellen, auf welche Weise die verschiedenen möglichen Werte der Quersumme $b + d + f + h$ entstehen können.

In den fraglichen vier Stellen können alle Zahlen von 0000 bis 9999 auftreten, also 10000 verschiedene Zahlen. Die Quersummen dieser Zahlen variieren von 0 bis 36. Die Häufigkeit des Auftretens dieser 37 Quersummen ist nun aber nicht für alle dieselbe, denn z. B. 0 und 36 kommen nur je einmal vor, 1 und 35 schon viermal, usw. Ohne weiteres übersieht man, daß die in der Reihe von 0 bis 36 gleichweit von den Enden stehenden Zahlen wie 0 und 36, 1 und 35, 2 und 34 usw. gleich oft vorkommen, und daß ihre Häufigkeit nach der Mitte zunimmt, so daß die mittlere Zahl 18 am meisten auftreten wird. Um nun festzustellen, wie oft jede Quersumme tatsächlich innerhalb des Zahlenbereiches von 0 bis 9999 vorkommt, kann man folgendermaßen verfahren. Die Quersumme 6 z. B. kann sich in den vier Schaulöchern aus allen möglichen Permutationen mit Wiederholungen der nachstehenden 9 Grundzahlen zusammensetzen:

6000	4110	3111
5100	3300	2220
4200	3210	2211

Die mögliche Anzahl der Permutation mit Wiederholungen ist nun

$$AP'(1^{\alpha_1}, 2^{\alpha_2}, 3^{\alpha_3}, \cdots n^{\alpha_n}) = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \cdots \alpha_n)!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \alpha_3! \cdots \alpha_n!}.$$

Für $n = 4$ ist demnach die Anzahl

bei keiner Wiederholung einer Zahl $\frac{(1+1+1+1)!}{1!} = 4! = 24$

„ einer „ „ „ $\frac{(2+1+1)!}{2!} = \frac{4!}{2!} = 12$

„ „ „ zweier „ $\frac{(2+2)!}{2! \cdot 2!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

„ zwei „ einer „ $\frac{(3+1)!}{3!} = \frac{4!}{3!} = 4$

Die Anzahl der möglichen Permutation für das gewählte Beispiel ist mithin

für 6000	4
„ 5100	12
„ 4200	12
„ 4110	12
„ 3300	6
„ 3210	24
„ 3111	4
„ 2220	4
„ 2211	6
	84

Somit kommt die Quersumme 6 bei den 10000 Zahlen 84 mal vor. In gleicher Weise sind die Häufigkeiten der übrigen Quersummen von 0 bis 36 ermittelt und in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

Betrag der Quersumme	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Summe
Häufigkeit ihres Vorkommens	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	282	348	415	480	540	592	633	660	670	5335
Betrag der Quersumme	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	—	—
Häufigkeit ihres Vorkommens	60	633	592	540	480	415	348	282	220	165	120	84	56	35	20	10	4	1	—	4665
																				10000

Um nun aus diesen Häufigkeitszahlen einen Schluß auf den wahrscheinlichsten Wert der Zahl X zu erhalten, ist es noch notwendig festzustellen, ob die in Frage stehenden 10000 Zahlen 0 bis 9999 alle dieselbe Wahrscheinlichkeit für ihr Auftreten haben.

Wie schon erwähnt, sind mit der Maschine im ganzen $9 \cdot 10^7$ verschiedene Quotienten darstellbar. Diese $9 \cdot 10^7$ setzen sich aus allen möglichen Kombinationen der Zahlen *b, d, f, h* mit denen in den ungeraden Schaulöchern *a, c, e, g* zusammen, wobei $1 \le a \le 9$ und $0 \le c, e, g \le 9$ sein kann. Die erste dieser Kombinationen ist also 1, *b*, 0, d, 0, f, 0, h, und die letzte 9, b, 9, d, 9, f, 9, h. Im ganzen sind daher $9 \cdot 10^3$ Kombinationen möglich, folglich kommt jede der Zahlen 0 bis 9999 in der Reihe aller möglichen Quotienten 9000 mal vor. Dieselben sind somit gleich wahrscheinlich, und kann man daher die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten ihrer Quersummen proportional deren Häufigkeiten setzen. Da nun die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Quersumme 18 am größten ist, muß die sich für diese Quersumme ergebende Kurbeldrehungsdifferenz als wahrscheinlichster Wert von X angesehen werden.

Nach Gleichung (6) findet man hierfür

$$X = 44 - 2 \cdot 18 = 8.$$

Bei der Anwendung der automatischen Divisionsmethode sind daher acht Kurbeldrehungen durchschnittlich mehr zu machen als bei gewöhnlicher Division.

Auf einer ähnlichen Wirkungsweise des Schaltwerks beruht eine von Rechnitzer in Wien konstruierte Maschine, bei welcher eine Reihe von Vervollkommnungen vorgesehen sind, die eine vollständig automatische Ausführung des Rechnungsganges ermöglichen sollen. So wird sowohl der Multiplikand als auch der Multiplikator mit Tasten eingestellt, und ferner sorgen geeignete Mechanismen dafür, daß zur Lösung einer Aufgabe jederzeit ein Minimum von Bewegungen benötigt wird, die von einer motorischen Kraftquelle abgenommen werden. Wenn z. B. die Multiplikation mit 97 auszuführen ist. so soll die Maschine, ohne daß es dem Rechner zum Bewußtsein kommt, automatisch mit 100 – 3 multiplizieren. Im ersteren Falle wären 9 + 7 = 16 Bewegungen der Zahnstangen erforderlich, während so nur 1 + 3 = 4 nötig werden. Obschon für diese Versuche bereits erhebliche Mittel aufgewendet wurden, ist diese Maschine noch nicht über das Stadium des Versuchsmodells hinausgekommen.

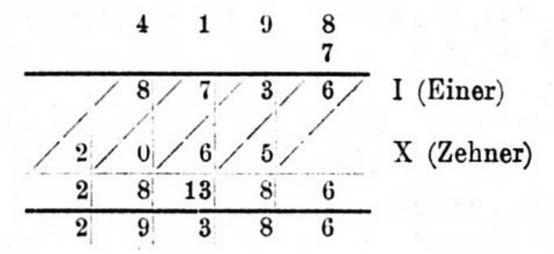
Wir kommen nunmehr zu den reinen Multiplikationsmaschinen. Sie unterscheiden sich von denjenigen nach dem Additionsprinzip im wesentlichen dadurch, daß sie durch eine einzige Bewegung (Kurbeldrehung) das Produkt eines mehrstelligen Multiplikanden mit einer einstelligen Zahl zum Erscheinen bringen. Um die Wirkungsweise dieser Maschinen leichter zu verstehen, vergegenwärtigen wir uns zunächst einmal an einem Beispiele, welche Aufgabe die Maschine eigentlich zu erfüllen hat. Es sei zu bilden

$$7 \times 4198 = 29386,$$

so würde dieses Resultat sich in folgender Weise berechnen:

	4	1	9	8
				7
			5	6
		6	3	
	0	7		
2	8			
2	8	13	8	6
2	9	3	8	6

oder in etwas veränderter Schreibweise



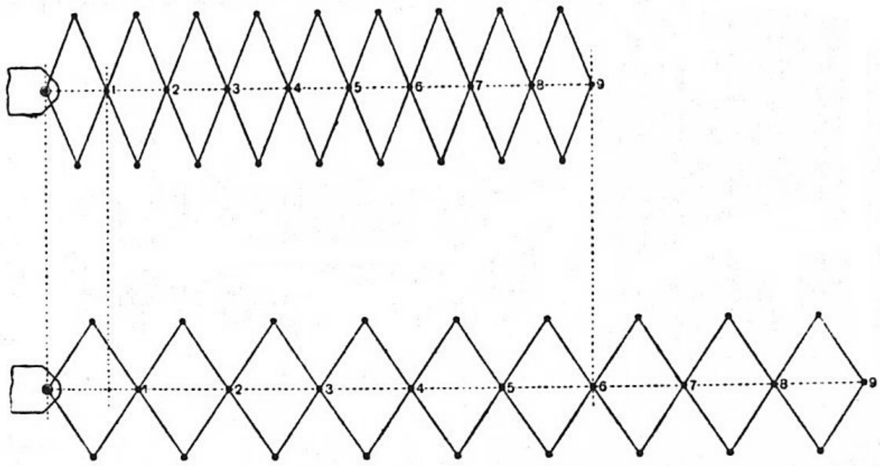
Es sind also zuerst die Teilprodukte 56, 63, 07, 28 zu bilden, und dann die Zehner eines jeden immer zu den Einern des folgenden zu addieren. Übersteigt diese Summe (X + 1) den Betrag 9, so ist auf die nächste Stelle noch eine Einheit zu übertragen. Es kommt also zunächst darauf an, Mechanismen zu finden, welche die möglichen Produkte aller einstelligen Zahlen durch eine einzige Bewegung darzustellen vermögen. Außer 0 können nachstehende 36 Zahlen als Teilprodukte auftreten:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	12	14
15	16	18	20	21	24
25	27	28	30	32	35
36	40	42	45	48	49
54	56	63	64	72	81

Die schließliche Übertragung des von dem Mechanismus der Maschine errechneten Betrages auf das Zählwerk erfolgt stets durch Zahnstangen. Es kommt also darauf an, die in jeder Stelle befindliche Zahnstange um eine entsprechende Anzahl Zähne vorzuschieben. Es kann nun die Überführung der Teilprodukte mittels dieser Zahnstangen in zwei wesentlich voneinander verschiedenen Weisen geschehen.

Einmal dadurch, daß die Zahnstangen um Längen vorgeschoben werden, welche den entsprechenden Teilprodukten proportional sind, oder aber dadurch, daß die Zahnstangen in zwei Phasen Wege zurücklegen, welche den Zehnern und Einern, aus denen sich die Teilprodukte zusammensetzen, entsprechen. Im ersteren Falle muß ein Zahnstange im ungünstigsten Falle 9 • 9 = 81 Zähne zurücklegen, und es müssen außerdem Einrichtungen vorhanden sein, welche event. bis zu 8 Zehner auf die nächste Stelle übertragen. Bei der zweiten Anordnung brauchen die Zahnstangen im Höchstfalle nur 9 Zähne vorzurücken und braucht die Zehnerschaltvorrichtung von den bereits bekannten nicht wesentlich verschieden zu sein.

Eine äußerst einfache Einrichtung, mit Hilfe deren sich die Schaltorgane (Zahnstangen) direkt um Längen verschieben lassen, die den Teilprodukten proportional sind, ist die sogenannte Nürnberger Schere, welche zuerst von Selling (1886) zu diesem Zwecke benutzt wurde.



Betrachten wir in obenstehender Figur eine solche Schere mit 10 Gelenkpunkten, die der Reihe nach mit den Zahlen 0 bis 9 beziffert sind, und sei der erste Punkt links drehbar auf der Unterlage befestigt, so werden die übrigen Punkte beim Ausziehen der Schere nach rechts Wege zurücklegen, die ein entsprechendes Vielfaches des von dem Punkt 1 beschriebenen Weges sind.

Denken wir uns nun, wie in Fig. 20 ersichtlich, zwei solcher Scheren nebeneinander angeordnet und die gleichwertigen Drehpunkte durch Querstangen verbunden, so werden diese Stangen beim gleichmäßigen Öffnen der Schere ebenfalls um das zwei- bis neunfache des Betrages vorrücken, um den die erste Stange sich bewegt hat. Sind nun entsprechend der Stellenzahl der Maschine rechtwinklig über diese Querstangen andere Stangen gelegt, welche durch entsprechende Vorrichtungen nach Belieben mit einer dieser zehn Querstangen verbunden werden können, so wird beim Ausziehen der Scheren jede dieser oberen Stangen um eine Strecke vorgeschoben, welche dem Produkt aus dem Wege der ersten Querstange mit dem Wert derjenigen Querstange entspricht, mit der sie gekuppelt wurde. Denkt man sich die oberen Stangen noch am vorderen Ende mit Zahnstangen verbunden, die in die Zählwerksräder eingreifen, so sind hiermit die Grundelemente für eine Maschine gegeben, die als reine Multiplikationsmaschine anzusprechen ist. Die praktische Ausführung dieses Gedankens stößt allerdings auf eine Reihe von Schwierigkeiten, deren Behebung bisher nicht in einem so vollkommenen Maße gelungen ist, daß die Maschine praktisch Verwendung gefunden hätte. Es mögen hier nur zwei dieser Hindernisse angedeutet werden.

Wie schon vorher ausgeführt wurde, müssen sich die Zahnstangen event. um 81 Zähne verschieben lassen. Rechnet man nun minimal für eine Zahnteilung (Zahn und Zahnlücke) 3 mm, so würde die nutzbare Länge der Zahnstange schon 3 • 81 = 243 mm lang werden; zu ihrer sicheren Führung braucht sie aber ein doppelt so langes Bett, so daß die Maschine, abgesehen von dem Raum für die Scheren, in zusammengeschobenem Zustande schon über einen halben Meter lang sein müßte, was ihre Handlichkeit natürlich wesentlich beeinträchtigt. Ein zweiter, nicht minder großer Übelstand ist der Umstand, daß bei dieser Anordnung die Zehnerübertragung nur durch Bewegungen höherer Art, sogenannte Umlauf- oder Differentialgetriebe zu ermöglichen ist, welche einerseits nicht einwandfrei arbeiten und ferner die Resultatziffern nicht in geradliniger Anordnung erscheinen lassen, wodurch die Ablesung erschwert wird.

Außer der Nürnberger Schere gibt es noch eine Reihe von anderen Mechanismen, mit deren Hilfe man dieselbe Wirkung erzielen kann, so z. B. eine von der Firma Spitz in Angriff genommene Konstruktion, welche auf der durch die Nomographie bekanntgewordenen Methode der fluchtrechten Punkte beruht und bereits erhebliche Versuchskosten verursacht hat, ohne daß sie jemals ein brauchbares Ergebnis zeitigen kann. Allen gemeinsam ist eben derselbe Übelstand, nämlich der Vorschub der Zahnstangen um den ganzen Betrag des Teilproduktes.

Weit besser für eine praktische Verwendung sind diejenigen Anordnungen, welche man erdacht hat, um die Zehner und Einer der Teilprodukte getrennt in das Zählwerk einzuführen. Die grundlegende Idee hierzu, die Produkte des kleinen Einmaleins körperlich in die Maschine einzuführen, stammt von Léon Bollée. welcher 1888 den sogenannten Multiplikationskörper erfand. Der zugrundeliegende Gedanke läßt sich auch hier in der mannigfaltigsten Form verwirklichen. Die einzige Maschine nach diesem Prinzip, die eine praktische Bedeutung erlangt hat, ist die Rechenmaschine “Millionär”, welche im folgenden eingehender beschrieben werden soll.

Wie bei den meisten bisher bekannten Maschinen werden auch hier die Zählwerksräder durch Vermittlung von Kegelrädern von Vierkantachsen aus angetrieben, auf denen verschiebbare Einstellräder sich befinden, die ihrerseits von darunterliegenden parallelen Zahnstangen bewegt werden. In dem in Fig. 17 u. 18 abgebildeten offenen Modell sind zwei der Vierkantachsen mit den darunterliegenden neun Zahnstangen deutlich zu erkennen. In der oberen Figur befinden sich die gleichlangen Zahnstangen in ihrer Nullage. Am rechten Ende sind auf den Zahnstangen Ziffern aufgeschrieben, welche erkennen lassen, um wieviel Zähne sie bei einer eventuellen Bewegung nach rechts verschoben wurden. Eine solche Verschiebung ist in der unteren Figur zu erkennen, und es ist einleuchtend, daß die beispielsweise über die fünfte und siebente Zahnstange eingestellten Stellräder ihre Drehung durch die Vierkantachse dem Zählwerk, das vorn liegt, übermitteln müssen. Die seitliche Bewegung der Zahnstangen erfolgt nun durch den links neben den Zahnstangen augebrachten Multiplikationskörper, welcher mit Hilfe der rechts vorn sichtbaren Kurbel vermittelst Kegelrädern und Kurbelgetriebe bewegt werden kann. Dieser Körper besteht aus 17 aufeinandergelegten und fest verbundenen, gezahnten Platten. In Fig. 16 sind die einzelnen Platten dargestellt. Aus dieser Darstellung ist ohne weiteres zu erkennen, in welcher Weise die Zahnlängen den Zehner- und Einerziffern der Teilprodukte zugeordnet sind. In der Maschine ist der Körper nun so gelagert, daß er in allen drei Koordinatenrichtungeu durch entsprechende Führungen bewegt werden kann. Vertikal zum Grundbett der Maschine wird er eingestellt auf die betreffende Multiplikatorziffer, z. B. 7, während der ersten halben Kurbeldrehung bewegt er sich dann nach rechts und schiebt die Zahnstangen um die Zehnerbeträge des Einmaleins mit 7 vor, also der Reihe nach von oben um die Zahlen 0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, dann geht er wieder zurück und wird gleichzeitig um eine Plattendicke nach hinten verschoben, um dann während der zweiten Hälfte der Kurbeldrehung wieder nach rechts zu gehen und die Zahnstangen um die Einerbeträge des Einmaleins mit 7, also um die Zahlen 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3 zu bewegen, wie dies aus der Fig. 18 zu erkennen ist. Es sind nun noch geeignete Verrichtungen vorgesehen, um das Zählwerk während des Rückganges der Zahnstangen außer Eingriff mit dem Schaltwerk zu bringen und ferner, um das Zählwerk automatisch eine Stelle nach rechts zu verschieben. Ferner muß zum Schluß jeder halben Kurbeldrehung eine Übertragung derjenigen Zehner erfolgen, welche sich aus der Addition der Zehner und Einer der Teilprodukte bzw. dieser zu dem bereits im Zählerwerk vorhandenen Betrag ergeben. Die hierfür vorgesehene Einrichtung ist in Fig. 17 u. 18 unterhalb des Zählwerkes zu erkennen. Die durch die Zahnstangen vermittels der Einstellräder verursachten Winkeldrehungen der Vierkantachsen werden, wie schon gesagt, durch in Fig. 19 nicht gezeichnete Kegelräder auf die vertikal stehenden Achsen (1) übertragen, die an ihrem oberen Ende die Ziffernscheiben tragen. Die Stellung der darüber befindlichen Schaulöcher ist in der Fig. 19 durch Pfeile angedeutet. Bei jedem vollen Umlauf einer solchen Ziffernscheibe wird die an ihrer Achse (1) befestigte Nase (2) gegen einen nach hinten gerichteten Fortsatz der ebenfalls um eine vertikale Achse (4) drehbaren fächerartigen Scheibe (3) stoßen und diese drehen. Diese Drehung überträgt sich auf den an (4) befestigten Hebel (5), welcher am vorderen Ende einen nach unten gerichteten Stift (6) trägt und am anderen Ende mit einem je zwei Doppelzähne tragenden Sektor versehen ist. Die Achsen (4) sind nicht im Maschinengestell, sondern in einem vertikal verschiebbaren Rahmen gelagert, der während der Kuppelung zwischen Schalt- und Zählwerk in seiner oberen Stellung gehalten wird, in der die an den Achsen (1) befestigten Zahnräder (7) nicht in der Ebene der Sektoren (5) liegen. Nach Entkuppelung des Zählwerks wird dann der die Achsen (4) tragende Rahmen gesenkt und (5) und (7) gelangen in Eingriff. Gleichzeitig wird durch Vermittlung eines Vorgeleges die Walze (9) von der Kurbel aus gedreht, wodurch die mit schrägen Gleitflächen versehenen, auf der Walze befestigten Klötze (8) beim Weiterdrehen gegen die Stifte (6) stoßen und diese zum Abgleiten an der Schrägfläche bringen. Hierdurch wird eine Weiterdrehung der Sektoren (5) bewirkt, die dann ihrerseits mit dem Doppelzahn die Fortbewegung des Rades (7) um einen Zahn bewirken und so auch die nächste Ziffernscheibe im Schauloch um eine Einheit fortbewegen. Die schnabelförmig gestalteten Körper (10), welche bei einer Weiterdrehung der Walze (9) in den Bereich der Stifte (6) gelangen, fassen diese dann zwischen sich und richten sie wieder in ihre normale Lage. Die Einkerbungen vom Rande der Scheiben (3) dienen dazu, vermittels einer nicht gezeichneten Feder die Achsen (4) in ihrer jeweiligen Stellung zu fixieren. Wie aus der Anordnung ersichtlich, ist diese Zehnerübertragung sowohl für positive als auch negative Drehrichtung eingerichtet.

Die Multiplikation mit dieser Maschine geht außerordentlich schnell von statten. Bei Divisionen stellt sie aber an die Aufmerksamkeit des Rechners höhere Anforderungen als die Maschinen nach dem Additionsprinzip, weil der Rechner genötigt ist, jedesmal die Ziffern des Quotienten im Kopf zu ermitteln, was bei den anderen Maschinen durch das sukzessive Abziehen des Divisors wesentlich erleichtert wird.

Das am vorstehenden Beispiel erläuterte Prinzip der Multiplikationskörper läßt sich nun mechanisch noch in der verschiedensten Weise verwirklichen. Statt die entsprechend den Zehner- und Einerziffern gezahnten Bleche abwechselnd aufeinander zu legen, können dieselben auch als Sektoren einer in 9 Teilen geteilten drehbaren, runden Scheibe angeordnet sein und die durch die Zungenenden gegebenen Anschläge können durch Stifte, welche auf der Scheibe befestigt sind, gebildet werden. Bei allen diesen im Prinzip nicht voneinander verschiedenen Anordnungen ist aber, wie leicht ersichtlich, ein Teil der in den 36 Teilprodukten vorkommenden Zahlen mehrfach vorhanden. Z. B. kann die Zahl 16 entstehen durch Multiplikation von

$$2 \cdot 8 \text{ oder } 4 \cdot 4 \text{ oder } 8 \cdot 2\,,$$

also auf drei verschiedene Art; ähnlich entsteht 24 aus

$$3 \cdot 8 \text{ oder } 4 \cdot 6 \text{ oder } 6 \cdot 4 \text{ oder } 8 \cdot 3\,,$$

also auf vier verschiedene Arten usw.

Diesen möglichen Enstehungsweisen entsprechend, sind in den Multiplikationskörpern im letzteren Falle z. B. an vier verschiedenen Stellen Zungen oder Stifte vorhanden, welche die Zehner und Einer des Produktes 24 darstellen.

Es liegt nun nahe, darüber nachzudenken, ob es nicht möglich ist, eine Anordnung des Multiplikationskörpers zu finden, in welcher jedes der 36 Teilprodukte nur ein einziges Mal vorkommt. Diese Aufgabe löst in gewissem Sinne der logarithmische Rechenschieber. Markieren wir auf demselben die Teilstriche, welche den 36 Ergebniszahlen des kleinen Einmaleins entsprechen, so wissen wir, daß wir z. B. bei der Bildung der Produkte

$$2 \bullet 9 \text{ oder } 3 \bullet 6 \text{ oder } 6 \bullet 3 \text{ oder } 9 \bullet 2$$

stets an ein und demselben Teilstrich 18 das Resultat ablesen. Leider ist es aber praktisch nicht angängig, diese Methode zur Konstruktion einer Rechenmaschine zu verwenden, denn zum sicheren Arbeiten eines aus Zahnstangen und Zahnrädern bestehenden Rechenmechanismus ist es notwendig, daß die Wegelängen, welche die Schaltorgane von einer Stellung zur andern zurücklegen, 3 bis 4 mm betragen. Wir müssen also dafür sorgen, daß die kleinste logarithmische Differenz, welche bei obigen Zahlen auftritt, in dem Maßstabe, welcher zur Herstellung der Teilung benutzt wird, diese Größe erreicht. Die größten Teilproduktzahlen, welche am nächsten zusammen liegen, sind nun die Zahlen 63 und 64 und ihre logarithmische Differenz beträgt 0,00684. Damit dieser Abstand = 4 mm wird, müßte die Länge der Einheit also = 4 / 0,00684 = 585 mm oder 58,5 cm sein. Dem Produkt 9 • 9 = 81 entspräche dann eine Länge von rund 112 cm. Wir benötigen auf diese Weise eine Länge, welche den praktisch zur Verfügung stehenden Raum erheblich überschreitet.

Es gibt aber nun noch andere Zahlen, welche eine den Logarithmen ähnliche Eigenschaft haben. Es sind dies die zahlentheoretischen Indizes, zu denen wir folgendermaßen gelangen:

Besteht die Kongruenz

$$z \equiv g^i \bmod p,$$

so nennt man nach Jacobi i den Index von z für den Modul p und die primitive Wurzel g. Es läßt sich dann nachweisen, daß

$$\text{Ind}\,(z_1 \bullet z_2 \bullet z_3 \bullet z_n) = \text{Ind}\, z_1 + \text{Ind}\, z_2 + \text{Ind}\, z_3 + \cdots + \text{Ind}\, z_n$$

ist, d. h. der Index eines Produktes ist gleich der Summe des Indizes der einzelnen Faktoren.

Setzen wir beispielsweise $p = 11$ und $g = 2$, so geben

die Potenzen	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
die Reste	2	4	8	5	10	9	7	3	6	1

hiernach ist z. B.

$$\text{Ind}\, 4 \bullet 6 = \text{Ind}\, 4 + \text{Ind}\, 6 = 2 + 9 = 11 = \text{Ind}\, 24$$

und

$$\text{Ind}\, 3 \bullet 8 = \text{Ind}\, 3 + \text{Ind}\, 8 = 8 + 3 = 11 = \text{Ind}\, 24.$$

Durch entsprechende Wahl von p und g ist es zu erreichen, daß die Indizes der 36 Zahlen 1 bis 81 alle voneinander verschieden sind, aber dann gelangt man auch noch zu ziemlich großen Zahlen, sodaß ein brauchbares Ergebnis auf diese Weise noch nicht erhalten wurde. Schließlich lassen sich auf rein empirischem Wege noch ganze Zahlen finden, welche, obschon sie keine zahlentheoretischen Indizes sind, die gewünschte Eigenschaft wenigstens in dem Zahlenbereich von 1 bis 81 besitzen und dabei eine für die praktische Verwendung unzweckmäßige Größe nicht überschreiten.

Die kleinsten Zahlen dieser Art, welche ich bis jetzt gefunden habe, sind in der folgenden Tafel zusammengestellt.

N	I	N	I	N	I	N	I
1	**0**	10	24	25	46	45	37
2	**1**	12	9	27	21	48	11
3	**7**	14	34	28	35	49	66
4	**2**	15	30	30	31	54	22
5	**23**	16	4	32	5	56	36
6	**8**	18	15	35	56	63	47
7	**33**	20	25	36	16	64	6
8	**3**	21	40	40	26	72	17
9	**14**	24	10	42	41	81	28

In der linken mit N (Numerus) überschriebenen Spalte stehen die Teilprodukte von 1 bis 81, während rechts daneben in der mit I (Index) überschriebenen Spalte die gefundenen Indizes stehen. Die fettgedruckten sind diejenigen, welche zu den Grundzahlen 1 bis 9 gehören und durch deren Addition man die übrigen zu den Teilprodukten gehörigen erhält, z. B.

$$\text{Ind } 3 \cdot 8 = \text{Ind } 3 + \text{Ind } 8 = 7 + 3 = 10 = \text{Ind } 24$$
$$\text{Ind } 4 \cdot 6 = \text{Ind } 4 + \text{Ind } 6 = 2 + 8 = 10 = \text{Ind } 24.$$

Wie man ersieht, entspricht nicht immer der größeren Zahl auch der größere Index. Dieser Umstand sowie die Unstetigkeit in der Größe der Intervalle ist zwar für eine mechanische Verwertung kein Vorzug, aber auch kein unüberwindliches Hindernis. Der größte vorkommende Grundindex ist 33, welcher der Grundzahl 7 zugeordnet ist. Das Produkt $7 \cdot 7$ hat daher den Index $33 + 33 = 66$, welcher somit von keinem anderen Teilprodukt erreicht wird. Einschließlich des Index 0, welcher natürlich auch ein Intervall erfordert, sind also in einer geradlinigen mechanischen Anordnung 67 Intervalle erforderlich. Rechnet man für jedes 3 mm, so benötigt man eine Länge von $3 \cdot 67 = 201$ mm, oder rund 20 cm.

Diese Zahlen lassen sich nun in der in Fig 21 angedeuteten Weise zur Konstruktion eines Multiplikationsmechanismus verwenden. Die entsprechend den Zehnern und Einern mit X und I überschriebeuen rechteckigen Streifen stellen die abgewickelten Mäntel zweier Walzen dar, auf deren Oberfläche verschieden lange Zahnradbögen nach Maßgabe der Indexzahlen angeordnet sind. Um die richtige Verteilung der Zähne zu finden, sind die Walzen in der Richtung der Achse in 67 Teile und in ihrem Umfang in 9 Teile geteilt. Dann sind für jedes Teilprodukt an der durch die Indexzahl bestimmten Stelle eine den Zehnern und Einern der Teilprodukte entsprechende Anzahl Zähne anzubringen. Der dafür benötigte Teil des Umfanges ist in der Figur schwarz bezw. schraffiert. Die schraffierten Streifen entsprechen den Grundzahlen 1 bis 9 und kommen natürlich nur auf der Einerwalze vor. Durch die weiter rechts gezeichneten 9 schraffierten Streifen sollen die Schaltorgane angedeutet werden. Beide Organe, die Walzen einerseits und die Schaltorgane andererseits, müssen gegen einander in der Richtung der Walzenachse verschiebbar angeordnet sein. In der Figur ist die Stellung beispielsweise so gewählt, daß die Walzen für eine Multiplikation mit 9 eingestellt sind, indem das Schaltorgan für den Multiplikand 1 der Grundzahl 9 auf der Einerwalze gegenübersteht. Bei einer nun erfolgenden Einwirkung der Walzen auf die Schaltorgane durch Drehen derselben werden die Schaltorgane nacheinander Bewegungen empfangen, welche den Einern und Zehnern der Teilprodukte des Einmaleins mit 9 proportional sind, also von unten nach oben 9, 18, 36, 72, 27, 54, 81,45, 63, wie aus der Fig. 21 leicht abgezählt werden kann. Es läßt sich diese Anordnung natürlich auch nach Art des schon bei der "Millionär" beschriebenen Multiplikationskörpers einrichten, ohne das Wesentliche, nämlich daß jedes Produkt nur einmal verkörpert ist, zu ändern.

Eine brauchbare Maschine unter Benutzung dieses Gedankens ist bisher noch nicht ausgeführt worden. Auch wäre es zunächst erforderlich, festzustellen, ob es nicht noch andere Indexzahlen der vorbeschriebenen Art gibt, die einen noch geringeren Höchstwert erreichen. Ob und wieweit sich diese Frage mit den bisher bekannten zahlentheoretischen Sätzen beantworten läßt, entzieht sich meiner Beurteilung und möchte ich nicht unterlassen, die Fachleute auf diese Aufgabe aufmerksam zu machen, deren Lösung einen nicht zu unterschätzenden praktischen Nutzen haben dürfte, da die Durchbildung einer Maschine nach diesem Prinzip besonders auf elektrischem Wege sehr wohl möglich ist und eine entsprechend kompendiöse Form erwarten läßt.[2]

Die elektrischen Rechenmaschinen, die bisher patentiert worden sind, haben noch kein praktisches Ergebnis gezeitigt; auch sind die durch etwaige Fehlkontakte entstehenden Fehler automatisch nicht kontrollierbar. Im Gegensatz zu diesen Maschinen gibt es neuerdings eine Reihe mechanischer Maschinen, welche mit elektrischem Kurbelantrieb versehen sind, was bei guter Ausführung die Bequemlichkeit und Rechengeschwindigkeit noch erhöht (Fig. 10).

Es ist außer allem Zweifel, daß das Ideal einer Rechenmaschine durch keine der bisher ausgeführten Konstruktionen verkörpert wird. An die Rechenmaschine der Zukunft können wir wesentlich höhere Anforderungen stellen, als da sind:

Tasteneinstellung für beide Faktoren; ohne weitere Kurbeldrehung muß das Resultat erscheinen; Gleichwertigkeit der Faktoren; unsichtbare Dekadenverschiebung, also feststehende Schaulochreihen; Vermeidung der Häufung von Widerständen bei der Zehnerübertragung; Druckvorrichtung u. a. m.

Das Auwendungsgebiet der Rechenmaschinen nicht nur für den Mathematiker, sondern auch im Geschäftsleben ist natürlich ein sehr großes und ihre Bedeutung und

---

2 Während der Drucklegung wurden mir auf diese Anregung hin von den Herren Dr. Remak und Prof. Dr. A. Korn, welche sich in dankenswerter Weise mit dieser Aufgabe befaßt haben, zwei weitere Lösungen mitgeteilt, die auch auf empirischem Wege gefunden sind und beide die gleiche Zahl 30 als höchsten Grandindex enthalten, wie folgt

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	0	1	13	2	21	14	30	3	26	(Remak)

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	0	8	13	16	1	21	30	24	26	(Korn).

Hiernach hat das Produkt 7 • 7 den Index 60, so daß also bei dieser Anordnung gegenüber meiner Lösung noch 6 Intervalle weniger erforderlich werden.

Zur endgültigen Lösung der Aufgabe müßte der Beweis erbracht werden, daß der höchste benutzte Index die kleinste für diesen Zweck geeignete Zahl ist.

Verwendungsmöglichkeit ist bisher keineswegs genügend erkannt worden. Auf einzelnen Gebieten der rechnenden und angewandten Mathematik, z.B. Geodäsie und Astronomie, haben sie schon einen bestimmenden Einfluß auf die Umgestaltung der bisher für logarithmisches Rechnen eingerichteten Formeln ausgeübt.

Die Rechenmaschine ist vor allem eine zeitsparende Maschine, die den Rechner in den Stand setzt, seine Aufgabe fehlerfrei und ohne Anstrengung zu lösen. Es schwindet mit ihr die Rechenscheu und Furcht vor den großen Zahlen.

Die Zeit wird nicht mehr fern liegen, wo der steigende Kampf des Erwerbslebens auch dieser Maschine eine ihren Leistungen entsprechende enorme Verbreitung, ähnlich wie es bei der Schreibmaschine der Fall ist, sichern wird.