Eine geometrische Wurzelbehandlung Von der Idee zur Maschine durch fünf Sprachen, fünf Nationen und drei Jahrhunderte

Stefan Drechsler, Barbara Haeberlin

Greifswald, September 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Zusammenfassung

Im Jahre 1995 wurde in Italien ein Patent erteilt für eine „Machina Generatrice di Polinomi", ein mechanisches analoges Rechengerät zum Ermitteln von Nullstellen von Polynomen beliebigen Grades. Der Maschine liegt ein gleichermaßen einfacher wie auch genialer mathematischer Algorithmus zugrunde, der aber, ebenso wie der Mechanismus, offensichtlich Kind einer ganz anderen Epoche ist. Die Suche nach den Wurzeln dieses Apparates führt über die Encyclopédie von Diderot und d'Alembert, die Royal Society in London und die Petersburger Akademie der Wissenschaften schließlich an die Universität von Halle im Jahr 1756, wo Johann Andreas Segner, ein Zeitgenosse und Korrespondent Eulers, ein geometrisches Verfahren „omnes omnium aequationum radices detegendi" (alle Wurzeln aller Gleichungen aufzudecken) entwickelt und die Umsetzung in einen Mechanismus zwar für wünschenswert, aber nicht für machbar hält: „Quod ad descriptionem attinet, motum excogitare, quo satis accurate designari possint omnes, admodum difficile iudico, quare id neque tentavi.".

In 1995 a patent was granted in Italy for a „Machina Generatrice di Polinomi", a mechanical analogue device for determining the roots of polynomials of arbitrary degree. The machine is based on an equally simple and ingenious algorithm which, as the mechanism itself, apparently belongs to another era of thought. The search for the origin of that apparatus leads via the Encyclopédie of Diderot and d'Alembert, the Royal Society in London, the Academy of Sciences in Petersburg and finally to the University of Halle in 1756, where Johannn Andreas Segner, a contemporary and correspondent of Leonard Euler developes a geometric method „omnes omnium aequationum radices detegendi" (to uncover all roots of all equations). Segner himself regards the mechanical realization of his idea as highly desirable, but too difficult, therefore he refrains from it: „Quod ad descriptionem attinet, motum excogitare, quo satis accurate designari possint omnes, admodum difficile iudico, quare id neque tentavi.".

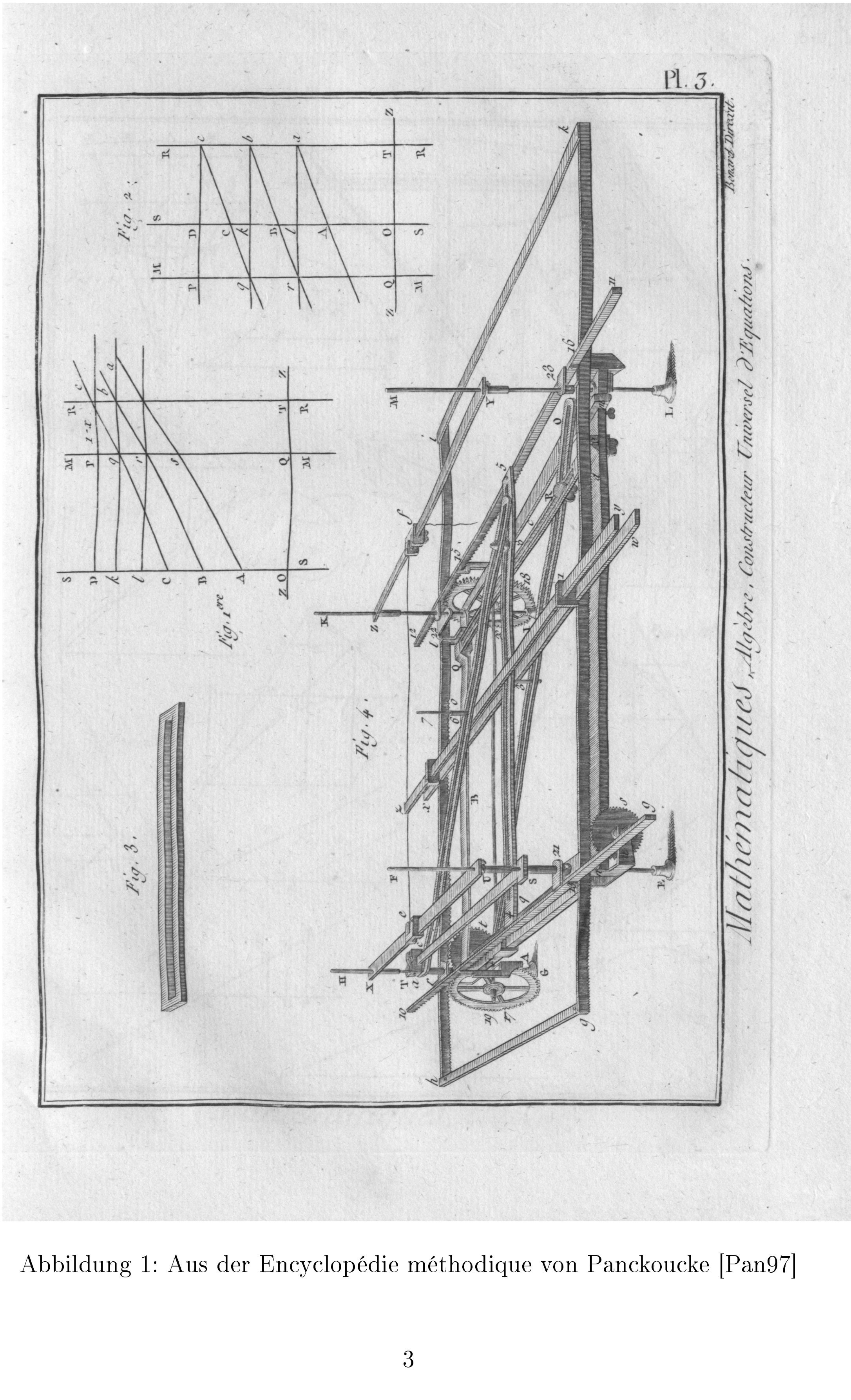


Abbildung 1: Aus der Encyclopédie méthodique von Panckoucke [Pan97]

2 Einleitung

Das Behandeln algebraischer Probleme mit geometrischen Methoden hat eine mehr als 2000-jährige Tradition, und schon die Antike stellt neben den klassischen Werkzeugen Zirkel und Lineal und den mit jenen durchzuführenden konstruktiven Methoden auch komplexere Mechanismen zur Verfügung, die durch Trial-and-Error bzw. durch Herantasten eine Lösung des Problems liefern. Von Plutarch ist überliefert, dass Platon zwar in der Verwendung instrumenteller Verfahren ein Entweihen der Geometrie und ein Herabholen aus der geistigen in die körperlich-sinnliche Sphäre sah und an diesbezüglichen Bemühungen seiner Zeitgenossen kein gutes Haar ließ ([Can07] p.233). Dennoch wurden neben den konservativen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal immer wieder Versuche unternommen, das Sortiment der erlaubten Werkzeuge zu erweitern und so die gegebenen Restriktionen zu umgehen. Als Beispiel sei hier kurz das Mesolabium des Erathostenes von Knidos aus dem dritten vorchristlichen Jahrhundert erwähnt. Er war von seinem Mechanismus zur Konstruktion dritter Wurzeln derart begeistert, dass er ein Exemplar davon nebst Gebrauchsanweisung in einem Tempel als Weihegeschenk aufhängen ließ ([Can07] p.331). Angesichts dessen mutet es etwas befremdlich an, wenn in Italien im Jahre 1995 ein Patent beantragt und erteilt wurde für eine „Macchina Generatrice di Polynomi" [CF95], die die Graphen von Polynomen beliebigen Grades mechanisch konstruiert. Die vorliegende Arbeit hat sich die Offenlegung der mathematischen und mechanischen Wurzeln dieses Anachronismus, die im 18. Jahrhundert zu finden sind, zum Ziel gesetzt.

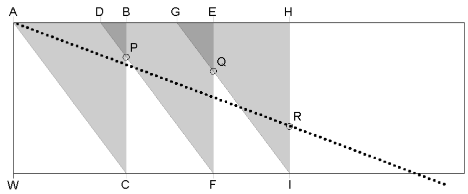


Abbildung 2: Das Mesolabium besteht aus einem Rahmen mit drei dreieckigen Tafeln ABC, DEF und GHI, von denen die erste Tafel ABC fest montiert ist, während die beiden anderen frei nach links und rechts verschiebbar sind. Außerdem wird noch ein Lineal oder ein Faden als Ablesehilfe benötigt. Setzt man die Länge der Strecke AW = 1 und wählt den Punkt R auf der Strecke HI so, dass die Länge der Strecke IR gleich dem Radikanden ist und positioniert anschließend die Dreiecke DEF und GHI so, dass A, R und die beiden Schnittpunkte Q und P auf einer Geraden liegen, dann ist die Länge der Strecke CP gleich der gesuchten Kubikwurzel.

3 Der Stand der Algebra in der Mitte des 18. Jahrhunderts

Das achtzehnte Jahrhundert ist, mathematisch gesehen, die große Ära von Euler, Lagrange und den Bernoullis. Es ist die Epoche der Algebra-Lehrbücher von Clairaut, Cramer, Wolff, nicht zuletzt Euler und anderen, in denen das Auflösen von Polynomgleichungen extensiv in umfangreichen Kapiteln voller Fallunterscheidungen behandelt wird.

Die Renaissancemathematiker hatten die Problematik der Auflösung von Polynomen dritten und vierten Grades bereits erschöpfend abgehandelt. Dass es für Gleichungen fünften oder höheren Grades keine allgemeine Lösungsformel gibt, die nur Wurzeln und arithmetische Grundoperationen verwendet, wird Abel erst im Jahr 1824 beweisen, und erst im Jahr 1832 zeigt die Galoistheorie die genauen Grenzen der Konstruierbarkeit mit Zirkel und Lineal auf.

Die Algebra hat sich im Verlauf des 16. und 17. Jahrhunderts zu einer selbständigen Disziplin entwickelt. Die Geometrie hat in dem Problemkreis des Lösens von Gleichungen ihren Rang als Königsdisziplin an die Algebra abgeben müssen, allerdings wird ihr durchaus noch die Rolle einer Hilfsdisziplin zugebilligt. Dazu Christlob Mylius in seiner Übersetzung der Algebra von Clairaut aus dem Jahre 1778: „Die Construction algebraischer Gleichungen beschäfftigte ehedem die Geometer mehr als gegenwärtig, und in der That kann man sie in den meisten Fällen entbehren (...) Wenn übrigens die Construction nicht besondere Bequemlichkeiten in der Anwendung der Aufgaben darbietet, so ist es besser, die Gleichungen zu berechnen, besonders, da doch alles in der Ausübung auf Berechnungen hinausläuft." [Cla78].

4 Johann Andreas Segner

Johann Andreas Segner wurde am 9.10.1704 in Pozsony, Ungarn, dem heutigen Bratislava geboren. Im Jahre 1725 begann er in Jena ein Studium der Medizin, Philosophie und Mathematik. Nach seiner Promotion praktizierte er nur kurze Zeit als niedergelassener Arzt und kehrte bald an die Universität Jena zurück, wo er seinen Magister erwarb und ab 1733 als außerordentlicher Professor der Philosophischen Fakultät Mathematik und Medizin lehrte. 1735 folgte er einem Ruf nach Göttingen, wo er als ordentlicher Professor Mathematik und Physik unterrichtete. Segner war Mitglied der Londoner Royal Society und der Petersburger Akademie der Wissenschaften und stand insbesondere mit Leonhard Euler in enger Korrespondenz. Das von ihm erfundene Reaktionswasserrad, dessentwegen er als „Vater der Turbine" in die einschlägige Literatur einging, wurde der Petersburger Akademie der Wissenschaften vorgestellt und später von Euler, der fair genug war an Segners Urheberschaft keine Zweifel zu lassen, noch weiterentwickelt und verbessert. Im Jahre 1755 wurde Johann Andreas Segner nach Halle berufen, wo er als Professor für Mathematik und Physik die Nachfolge des im Vorjahr verstorbenen Christian Wolff antrat. Bei der Besetzung der Stelle hatte er in Leonhard Euler einen starken Fürsprecher gefunden [Kel77], [Eul75].

1758 verfasst Segner einen Artikel, der laut [Kel77], Seite 65, auch durch Eulers Hände ging und von diesem geringfügig verbessert wurde, in dem er ein Verfahren vorstellt, mit Zirkel und Lineal die Graphen von Polynomen beliebigen Grades punktweise zu konstruieren. Diese Arbeit mit dem Titel „Methodus simplex et universalis, omnes omnium aequationum radices detegendi" [Seg61] erscheint im Jahre 1761 in den „Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae" der Petersburger Akademie der Wissenschaften.

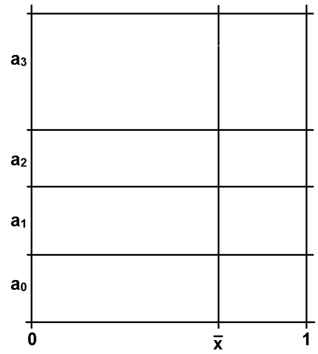
Das Segnersche Verfahren ist ebenso einfach wie genial und nimmt ganz nebenbei das Horner–Schema 50 Jahre vor dessen Darstellung durch seinen offiziellen Erfinder William George Horner vorweg.

Abbildung 3: Johann Andreas Segner (1704 – 1777) (aus [SIL])

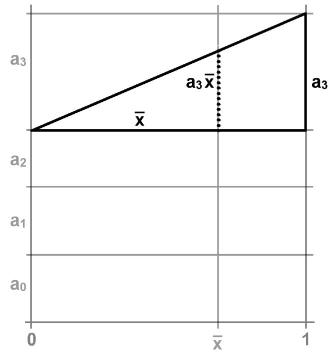
5 Das Segner–Verfahren

Das von Segner vorgestellte Verfahren ist ein graphischer Algorithmus, mittels dessen für Polynome beliebigen Grades punktweise die Funktionswerte konstruiert werden können. Im Folgenden soll das Verfahren für Polynome dritten Grades dargestellt werden. Dass dies keine Einschränkung ist, sondern dass sich das Verfahren auf Polynome beliebigen Grades verallgemeinern lässt, ist unmittelbar einzusehen.

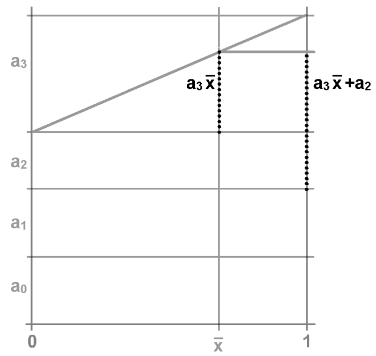
Sei $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ein Polynom dritten Grades, $\bar{x} \in [0, 1]$, dann wird an der Stelle $\bar{x}$ der Funktionswert $f(\bar{x}) = a_3\bar{x}^3 + a_2\bar{x}^2 + a_1\bar{x} + a_0$ in einer Folge von Multiplikationen mit $\bar{x}$ und Additionen der Koeffizienten $a_3, \cdots a_0$ wie folgt konstruiert:



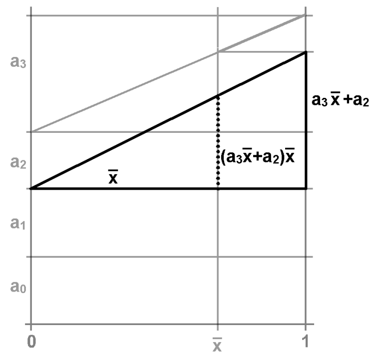
Schritt 1: Zur Vorbereitung trage man auf der y-Achse, von 0 ausgehend, Strecken der Längen $a_0, \cdots a_3$ ab.



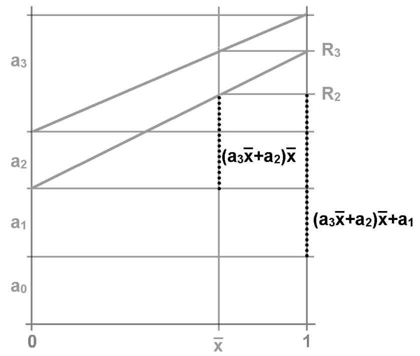
Schritt 2: Nun wird mithilfe des Strahlensatzes eine Multiplikation von $\bar{x}$ mit a_3 durchgeführt. Die durchbrochen gezeichnete Strecke hat die Länge $a_3\bar{x}$.



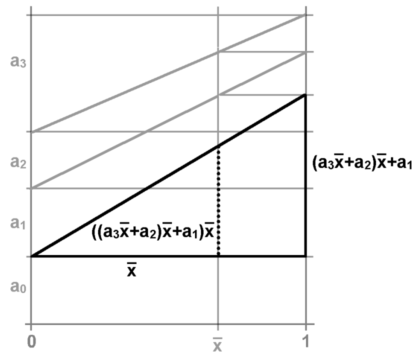
Schritt 3: Anschließend wird zu $a_3\bar{x}$ a_2 addiert.



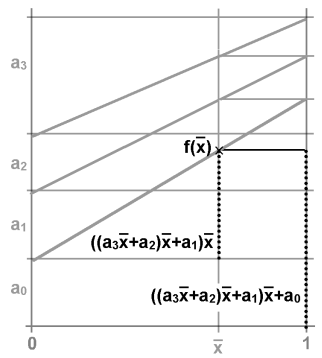
Schritt 4: Das Ergebnis des letzten Schrittes, $a_3\bar{x} + a_2$, wird abermals mit $\bar{x}$ multipliziert.



Schritt 5: Nun wird der nächstniedrige Koeffizient des Polynoms, a_1, addiert ...



Schritt 6: ... abermals mit $\bar{x}$ multipliziert ...



Schritt 7: ... und zu guter Letzt der konstante Term a_0 addiert.

Damit ist für ein Polynom des Grades n mit n graphischen Multiplikationen und n Additionen der Funktionswert an einer Stelle $\bar{x}$ konstruiert und in das kartesische Koordinatensystem eingefügt. Verfährt man analog für weitere Werte, so skizziert sich sukzessive der Graph der Funktion f.

Dieser graphische Algorithmus ist de facto eine geometrische Vorwegnahme des Horner–Schemas, und das lange bevor William George Horner im Jahre 1819 dieses nach ihm benannte Verfahren als algebraischen Algorithmus veröffentlicht [Hor19].

6 Die Umsetzung des Segner–Verfahrens in einen Mechanismus

Segner schreibt in [Seg61], dass er es für zu schwierig gehalten habe, sein Verfahren in einen Mechanismus umzusetzen, der es ermöglicht, den Graphen zu zeichnen, weshalb er von der Idee Abstand genommen habe. Abbildung 4 skizziert abstrakt, wie eine derartige Mechanisierung, wie sie Segner vermutlich vorschwebte, auszusehen hätte:

Die mit **A** und **B** bezeichneten Gleitlager gleiten entlang der x- bzw. y-Achse. Die Lager **C**, **D** und **E** gleiten entlang der y-Achse und ermöglichen den diagonalen Stäben eine Drehung. Die Lager **F**, **G**, **H**, **J**, **K** und **L** gleiten entlang der durch $\bar{x}$ bzw. 1 gegebenen Parallele zur y-Achse, wobei sie die waagerechten und die diagonalen Stäbe mit sich führen und zusätzlich den diagonalen Stäben eine Drehung ermöglichen.

Wenn man nun mit den Lagern **B**, **C**, **D** und **E** die Koeffizienten des Polynoms und mit dem Lager **A** den Wert für $\bar{x}$ einstellt, so zwingen diese Verbindungen das gesamte Gestänge, sich gemäß dem Segner-Schema zu verhalten, wodurch das Lager **H** die Position des Funktionswertes $f(\bar{x})$ einnimmt.

Lässt man nun **A** entlang der x-Achse von 0 bis 1 gleiten, so fährt **H** die durch die eingestellten Koeffizienten gegebene Kurve im Intervall $[0, 1]$ ab.

Umgekehrt kann man das Lager **A** entlang der x-Achse so lange verschieben, bis **H** eine bestimmte Position einnimmt, etwa $y = 0$. In dieser Position lässt sich dann am Lager **A** der zugehörige x-Wert ablesen, in diesem Fall also die Nullstelle. Während man sich bei der zeichnerischen Variante des Segner-Verfahrens iterativ einer Nullstelle nähert, ist durch die Mechanisierung diese Iterationsschleife kurzgeschlossen.

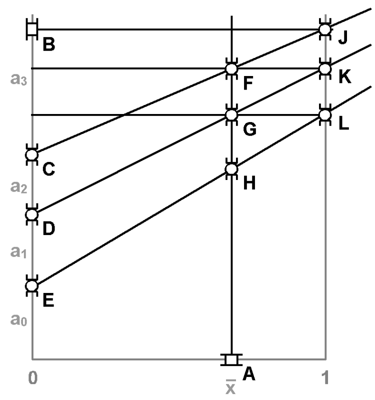


Abbildung 4: Skizze einer möglichen Mechanisierung des Segnerschen Verfahrens

7 John Rowning und seine Maschine

Fünf Jahre nach der Veröffentlichung des Segnerschen Verfahrens wird Segners Vorschlag, den Algorithmus in Mechanik umzusetzen, schließlich aufgegriffen. Der Engländer John Rowning fühlt sich von dem mechanischen Offenbarungseid Segners herausgefordert und realisiert tatsächlich einen Mechanismus zur Ausführung des Segnerverfahrens für Polynome zweiten Grades. Einen Prototyp der Maschine legt er im Jahre 1768 der Londoner Royal Society zusammen mit einer Abhandlung „Directions for making a Machine for finding the Roots of Equations universally, with the Manner of using it” [Row70] vor. Die Abhandlung erscheint in den proceedings der Royal Society im Jahre 1770.

John Rowning, geboren ca. 1700 in Essex, gestorben Ende November 1771, war ein englischer Pfarrer, Mathematiker und Philosoph. Er verfasste ein „Compendious System of Natural Philosophy”, erfand ein Barometer und nahm sich schließlich den Segnerschen Algorithmus vor.

Zu John Rowning schreibt Charles Hutton in seinem „A Mathematical and Philosphical Dictionary” „...an ingenious English mathematician and philosopher, was fellow of Magdalen College, Cambridge, and afterwards Rector of Anderby in Lincolnshire, in the gift of that society. He was a constant attendant at the meetings of the Spalding Society, and was a man of a great philosophical habit and turn of mind, though of a cheerful and companionable disposition. He had a good genius for mechanical contrivances in particular. In 1738 he printed at Cambridge, in 8vo, A Compendious System of Natural Philosophy, in 2 vols 8vo; a very ingenious work, which has gone through several editions. He had also two pieces inserted in the Philosophical Transactions, viz, 1. A Description of a Barometer wherein the Scale of Variation may be increased at pleasure; vol. 38, pa. 39. And 2. Direction for making a Machine for finding the Roots of Equations universally, with the Manner of using it; vol. 60, pa. 240. – Mr. Rowning died at his lodgings in Carey-street near Lincoln's-Inn Fields, the latter end of November 1771, at 72 years of age. Though a very ingenious and pleasant man, he had but an unpromising and forbidding appearance: he was tall, stooping in the shoulders, and of a sallow downlooking countenance". ([Hut95])

In seiner Arbeit [Row70] erwähnt Rowning, eine algebraische Version des Segnerverfahrens schon vor Segner entwickelt und verwendet zu haben: „This is a method I myself fell into ten or twelve years ago, and have constantly used for finding the roots of such equations as I have had occasion to consider. But his method is preferable to mine in one respect, viz. that whereas I always compute the value of the ordinates in numbers, he finds them by drawing certain right lines" Zu seinem durch Segner angestachelten Ehrgeiz äußert er sich wie folgt: „... such curves, as we are now speaking of, might in all cases be described by local motion; but this, he tells us, he looked upon as so very difficult a task, that he never attempted it. ... This hint, however, convinced me, that the thing was possible;". Die Möglichkeit einer derartigen Maschine bewies er letztlich dadurch, dass er der Royal Society eine solche für Polynome zweiten Grades vorlegte.

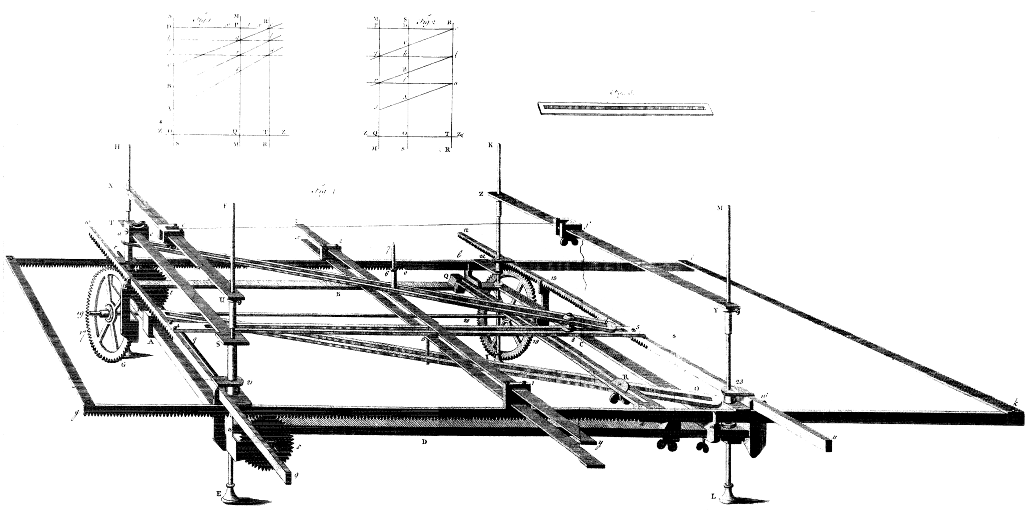


Abbildung 5: Die Rowningsche Maschine (aus [Row70])

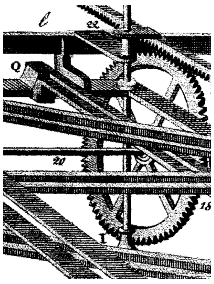
8 Die Rowning–Maschine in der Encyclopédie von Diderot und d'Alembert

6 Jahre später hat die Maschine ihren Weg von Großbritannien auf den Kontinent gefunden. Im Jahre 1776 findet sich im Ergänzungsband „Supplément à l'encyclopédie ou dictionaire raisonné des sciences des Arts et des métiers." der Amsterdamer Ausgabe der Encyclopédie von Diderot und d'Alembert ein Artikel mit dem Titel „Équation. Construction & usage d'une machine pour trouver les racines de quelque équation que ce puisse être" und im zugehörigen Tafelband eine Abbildung dazu.

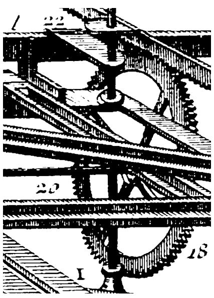
Die „Encyclopédie" war ein publizistisches Großprojekt der französischen Aufklärung, das anfangs als Übersetzung eines zweibändigen englischen Werks gedacht war, sich dann aber trotz ständigem Kampf gegen kirchliche und staatliche Zensur und Geldmangel zu einem „literarischen Moloch" [Blo05], bestehend aus 17 Text- und 11 Tafelbänden mit insgesamt 72998 Artikeln auswuchs ([Blo05] p. 13).

Der Text des Encyclopédie-Artikels zu dem „universellen Gleichungskonstrukteur" ist über weite Strecken eine direkte Übersetzung der Rowningschen Arbeit unter Mitverwendung dort aufgetretener Druckfehler, wobei auf die Angabe des Urhebers großzügig verzichtet wurde.

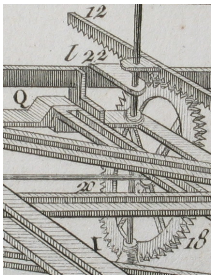
Interessant ist in diesem Zusammenhang ein kleiner Detailfehler der sich in den Stich der Encyclopédie eingeschlichen hat, und der in der Folge von dort abgekupfert wurde. Eines der tragenden Beine der Konstruktion ist versehentlich unterbrochen:



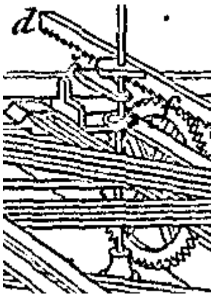
Das Original [Row70]. Hier ist die tragende senkrechte Stange noch vollständig



Aus dem Supplementband der Encyclopédie von 1776. Dies ist das erste Auftreten der Maschine in der Encyclopédie. In früheren Ausgaben fehlt das Kapitel noch. Die Stange ist durchbrochen. Dieser Fehler findet sich auch in späteren Ausgaben der Encyclopédie.



Aus der thematischen Enzyklopädie von Panckoucke [Pan97]. Auch hier ist die tragende Stange nicht durchgehend.



Borgnis 1820 [Bor20b]. Der Fehler ist korrigiert.

9 Nachfolger und Epigonen

Nach ihrem Erstauftritt in der Encyclopédie im Jahre 1776 finden sich Text und Abbildung weitgehend unverändert in den späteren Auflagen dieses Lexikons.

Von 1782 bis 1832 erscheint die vom Verleger Charles Joseph Panckoucke herausgegebene „Encyclopédie methodique", eine Überarbeitung, Erweiterung und Umstrukturierung der Diderotschen Encyclopédie, bei der die Artikel in 50 Sachgebiete thematisch eingeordnet sind. Auch hier finden der Encyclopédie-Artikel und die zugehörige Abbildung im Band „Mathématique" nahezu unverändert Eingang [Pan89].

Zum Segnerschen Verfahren gesellen sich weitere Algorithmen zum graphischen Konstruieren von Polynomkurven, wie zu Beispiel das Lillsche Verfahren von 1868, mithilfe dessen auch komplexe Wurzeln gefunden werden können ([Lil68]).

Eine kuriose Debatte aus den dreißiger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts um das Segner-Verfahren sei an dieser Stelle noch erwähnt: Im Jahre 1931 wird von Prof. Heinrich Behmann aus Halle in seiner Arbeit „Zur graphischen Behandlung der ganzen rationalen Funktionen" eine Vereinfachung des Segnerschen Verfahrens vorgestellt [Beh31]. 1938 erscheint unter dem Titel „Über die Verfahren zur graphischen Berechnung von rationalen ganzen Funktionen" von Franz Wihelm Palm eine Übersicht und Klassifikation aller graphischer Verfahren zum Lösen von Polynomgleichungen [Pal38]. In dieser Arbeit fühlt sich Behmann nicht hinreichend gewürdigt (es war nur ein Nebensatz) und verfasst eine Antwort darauf [Beh39], was Palm veranlasst seinerseits eine Riposte [Pal39] zu verfassen, die mit dem gesperrt gedruckten Satz endet: „Die Segnersche Konstruktion ist durch Parallelverschiebung in den Richtungen der Koordinatenachsen in die Behmannsche Konstruktion überführbar.".

Zur Bedeutung von grafischen Verfahren zur Berechnung ganzrationaler Funktionen bis weit in das zwanzigste Jahrhundert hinein schreibt Collatz in [Col48]: „Die genäherte Bestimmung der Nullstellen algebraischer Gleichungen beanspruchte wegen ihrer Bedeutung für die Technik – Es sei nur auf die Stabilitätsfragen hingewiesen – großes Interesse. Neben die Weiterentwicklung klassischer Methoden der Gleichungsauflösung traten neue Verfahren. Besonders für den Fall komplexer Koeffizienten waren nur wenige klassische Methoden brauchbar. In steigendem Maße wurden auch instrumentelle Methoden entwickelt ... Die Entwicklung ist noch keinesfalls abgeschlossen."

Im Gegensatz dazu ist es, auch wenn die analoge Rechentechnik seit Rowning nicht stillgestanden hat, um seine Maschine relativ still geworden. 1901 verfasst der französische Ingenieurs Maurice d'Ocagne das Werk „Le Calcul Simplifie" [d'O85], in dem er ein Verfahren zum Konstruieren von Polynomen erwähnt, das von Johann Andreas Segner erdacht und von John Rowning in einen Mechanismus umgesetzt worden sei. Zudem verweist er in einer Fußnote auf frühere Wurzeln des von ihm nicht weiter beschriebenen Verfahrens: „According to Borgins ... a similar instrument has been designed by Clairaut". Mit Borgins ist Giuseppe Antonio Borgnis bzw. dessen „Traité Complet de Méchanique Appliquée aux Arts" [Bor20a] gemeint. Eine von 1818 bis 1820 erschienene Zusammenstellung mit dem Anspruch alle existierenden Maschinen darzustellen. Die Abbildung im achten Band [Bor20b] dieses Werks zeigt, dass es sich tatsächlich um dieselbe Maschine handelt, und im Text wird auf Clairaut verwiesen.

Alexis Claude Clairaut lebte von 1713 bis 1765 und verfasste unter anderem ein Lehrbuch zur Algebra, das mehrere Auflagen erlebte. Allerdings wird in keiner der zu Clairauts Lebzeiten erschienenen Auflagen ein dem Segnerschen vergleichbares Verfahren erwähnt. Erst in einem Teil der im Jahre 1801 erschienenen sechsten Auflage [Cla01] findet sich in den von Jean Guillaume Garnier verfassten Anmerkungen eine Beschreibung des Segner–Verfahrens ohne Hinweis auf dessen Urheberschaft. Vermutlich war diese Erwähnung der Anlass für Borgnis, Clairaut als Erfinder von Verfahren und Maschine anzusehen.

Für andere Urheber als Segner und Rowning gibt es keine Hinweise.

10 Die italienischen Maschinen

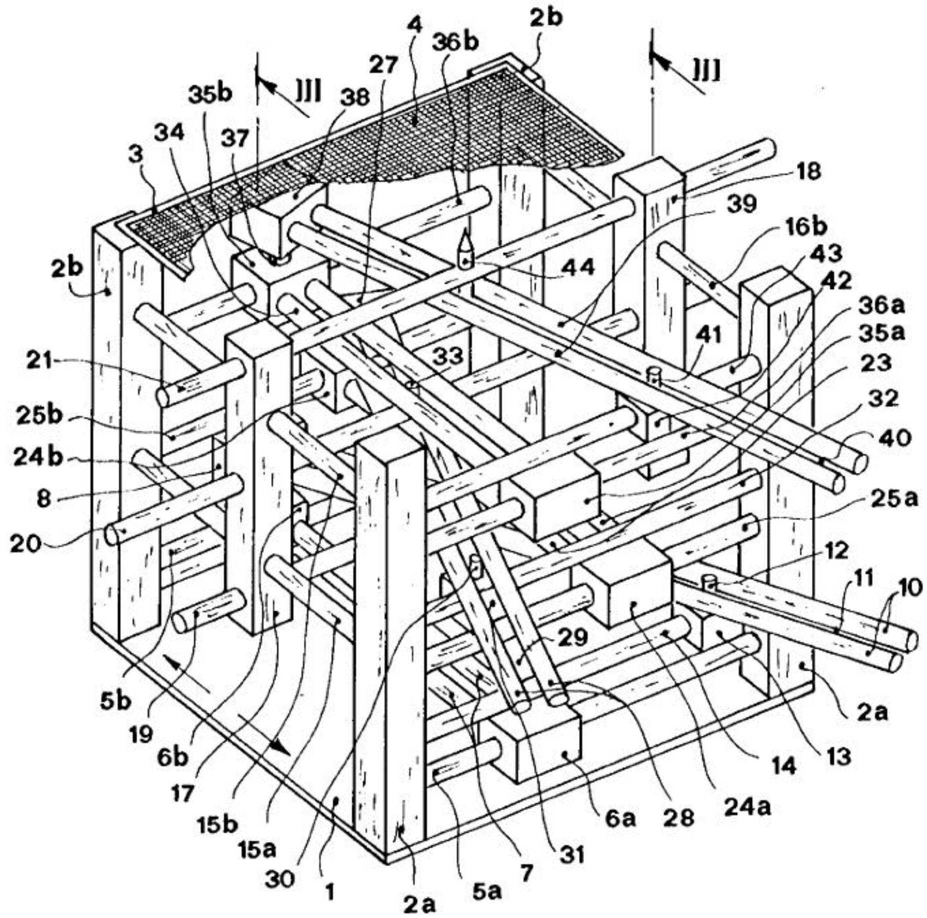


Abbildung 6: Skizze der Maschine (aus [CF95])

Im Jahre 1992 erlebt die Rowning–Maschine unversehens eine Wiedergeburt. Der Italiener Franco Conti, der eine mathematikpädagogische Ausstellung „Oltre il Compasso" (Jenseits des Zirkels) vorbereitet, entdeckt die Maschine in der Encyclopédie, hält sie für pädagogisch interessant und beabsichtigt einen Nachbau. Da er, ähnlich wie 250 Jahre früher Segner, ohne um dessen Urheberschaft zu wissen, einen Nachbau für sich als zu schwierig erachtet, gewinnt er einen Verbündeten in dem Professor für Luftfahrt Aldo Frediani. Beide machen sich an eine Neuumsetzung des Verfahrens mit modernen Mitteln, und das innerhalb kürzester Frist, denn die Zeit bis zum Ausstellungsbeginn am 8. Mai 1992 drängt. Ab Mitte April 1992 entsteht als erster Prototyp ein Ausstellungsstück zur Konstruktion von Gleichungen dritten Grades. Diese Maschine wandert mit der Ausstellung über mehrere Jahre durch verschiedene Städte Italiens und nach Paris [CG00]. Der ersten Maschine folgt später ein Modell für den fünften Grad. Diese zweite Maschine kann heute in Florenz im Museum „Il Giardino di Archimede" bewundert und benutzt werden. [Fre04]

Im Jahre 1995 beantragen Conti und Frediani ein Patent für ihre „Macchina Generatrice di Polynomi", das ihnen auch im selben Jahr erteilt wird ([CF95]).

Abbildung 7: Die italienische Maschine fünften Grades

11 Resumée

Seit Segner sein Verfahren zur Auswertung von reellen Polynomen vorgestellt hat, sind rund 250 Jahre vergangen. Rownings erste Mechanisierung von 1768 muss wohl als verschollen gelten. Die letzte der beiden italienischen Maschinen wurde im Jahr 2002 gebaut. In den Jahrhunderten dazwischen wird der universelle Gleichungslöser eher in der Literatur als in der Praxis verwendet. Es darf also angenommen werden, dass der Segner-Rowningsche Mechanismus niemals praktische Bedeutung erlangte. Neben seinem heutigen didaktischen Wert bleibt sein damaliger akademischer Wert gleichwohl unbestritten. Zeigt doch diese Maschine, dass es prinzipiell möglich ist, die Nullstellen von Polynomen höheren Grades schnell und einfach zu bestimmen, zu einer Zeit, als man schon sehr lange vergeblich nach einer Formel zur

Lösung von Gleichungen fünften und höheren Grades gesucht hatte, jedoch die Unmöglichkeit solch einer Formel noch nicht beweisen konnte.

Auch wenn es Platon nicht gefallen mag, so ist doch in diesem Fall die Maschine mit ihrer schnöden Mechanik der Geisteswelt der mathematischen Formeln überlegen.

Literatur

[Beh31] Behmann, Heinrich: Zur graphischen Behandlung der ganzen rationalen Funktion. In: *Zeitschrift für angewandte Mechanik* 11 (1931), S. 463–464

[Beh39] Behmann, Heinrich: Eine Bemerkung zu der Arbeit von F. W. Palm „Über die Verfahren zur graphischen Berechnung von rationalen ganzen Funktionen". In: *Deutsche Mathematik* 4 (1939), S. 650–651

[Blo05] Blom, Philipp ; Enzensberger, Hans M. (Hrsg.): *Das vernünftige Ungeheuer*. Frankfurt am Main : Eichborn Verlag, 2005. – ISBN 3–8218–4553–8

[Bor20a] Borgnis, Giuseppe A.: *Traité Complet de Méchanique Appliquée aux Arts*. 1818 – 1820

[Bor20b] Borgnis, Giuseppe A.: *8. Des machines imitatives et des machines théâtrales*. 1820

[Can07] Cantor, Moritz: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Bd. 1. Dritte Auflage. Leipzig, 1907

[CF95] Conti, Franco ; Frediani, Aldo: *Macchina Generatrice di Polynomi*. `http://v3.espacenet.com/textdoc?DB=EPODOC&F=0-&IDX=ITFI940083`. Version: November 1995. – Patent ITFI940083

[CG00] Conti, Franco ; Giusti, Enrico: *Oltre il compasso*. Firenze : Il Giardino di Archimede, 2000. – Ausstellungskatalog zur gleichnamigen Ausstellung

[Cla78] Clairaut, Alexis C. ; Mylius, Christlob (Hrsg.): *Des Herrn Clairaut Anfangsgründe der Algebra*. Berlin : Friedrich Nicolai, 1778

[Cla01] Clairaut, Alexis C.: *Algebre*. Bd. tome premier. 6. Auflage. 1801. – mit Anmerkungen versehen von Garnier

[Col48] Collatz, Lothar: *Graphische und Numerische Verfahren*. Wiesbaden : Dieterich, 1948

[d'O85] d'Ocagne, Maurice: *Charles Babbage Institute Reprint Series for the History of Computing*. Bd. 11: *Le Calcul Simplifié*. The MIT Press and Tomash Publishers, 1985. – ISBN 0–262–15032–8. – Übersetzung der dritten französischen Auflage von 1928

[Eul75] Euler, Leonhard: Descriptio commercii epistolici. In: *Opera Omnia*. Basel : Birkhäuser, 1975

[Fre04] Frediani, Aldo: Il risolutore universale di equationi; da una idea matematica ad una macchina. In: *Ricordando Franco Conti*. Pisa : Centro di Ricerca Matematica Ennio de Giorgi, Scuola Normale Superiore, 2004. – ISBN 88–7642–137–8

[Hor19] Horner, William G.: A new method of solving numerical equations of all orders, by continuous approximation. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society* (1819), S. 308 – 335

[Hut95] Hutton, Charles: *A Mathematical and Philosphical Dictionary.* 1795 `http://archimedes.mpiwg-berlin.mpg.de/cgi-bin/archim/dict/hw?step=list&id=d006`

[Kel77] Keller, Karl: *Biographien hervorragender Naturwissenschaftler Techniker und Mediziner*. Bd. 31: *Johann Andreas Segner*. Halle : BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1977

[Lil68] Lill, Eduard: Resolution graphique des equations algebriques qui ont des racines imaginaires. (2) VII (1868), S. 363 – 367

[Pal38] Palm, Franz W.: Über die Verfahren zur Berechnung von ganzen rationalen Funktionen. In: *Deutsche Mathematik* 3 (1938), S. 123–151

[Pal39] Palm, Franz W.: Über den Zusammenhang der Konstruktionen von Segner und Behmann. In: *Deutsche Mathematik* 4 (1939), S. 651–652

[Pan89] Mathématique. In: Panckoucke, Charles J. (Hrsg.): *Encyclopédie méthodique, ou par ordre de matières* Bd. 4, 1784–1789

[Pan97] Recueil de Planches Du Dictionnaire Encyclopédique Des Mathématiques. In: Panckoucke, Charles J. (Hrsg.): *Encyclopédie méthodique, ou par ordre de matières* Bd. 4, 1797

[Row70] Rowning, John: Directions for making a Machine for finding the Roots of Equations universally, with the Manner of using it. In: *Transactions of the Royal Society* LX (1770), S. 240 – 256

[Seg61] Segner, Johann A.: Methodus simplex et universalis, omnes omnium aequationum radices detegendi. In: *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* VII (1761), S. 211 – 226. – Comentarii auf das Jahr 1758 und 1759

[SIL] *Smithsonian Institute Library.* `http://www.sil.si.edu/digitalcollections/hst/scientific-identity`